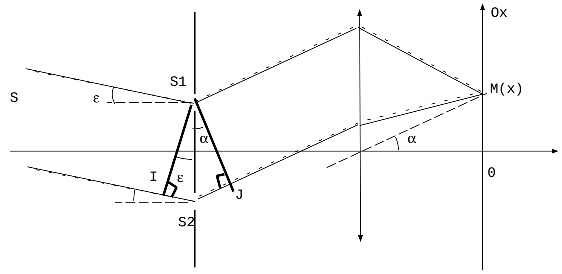
TD 4 optique ondulatoire

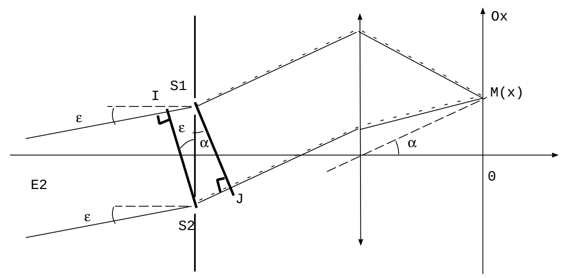
I. Etoile lointaine

1. La différence de marche est: $\delta_{2/1}(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = (SI) + (IS_2) + (S_2J) + (JM) - (SS_1) - (S_1M) = IS_2 + S_2J = a\sin(\epsilon) + \dfrac{ax}{f'} = a\epsilon + \dfrac{ax}{f'}$.



En effet S_1I est un plan d'onde pour la lumière incidente et entre la source et un plan d'onde le chemin optique est constant donc $(E_1I) = (E_1S_1)$. De même par principe de retour inverse de la lumière, M se comporte comme une source et S_1J est un plan d'onde pour la lumière retour donc $(S_1M) = (JM)$.

1.a. Pour E_2 : en procédant de la même façon que précédemment on montre que la différence de marche est: $\delta_{E2,2/1}(M) = (E_2M)_2 - (E_2M)_1 = S_2J - IS_1 = -a\epsilon + \dfrac{ax}{f'}$.



Pour E_1 on utilise le résultat de la question précédente $\delta_{E1,2/1}(M) = a\epsilon + \dfrac{ax}{f'}$.

2. On observe à l'écran la superposition des systèmes de franges car les ondes émises par E_1 et E_2 **ne sont pas cohérentes entre elles**.

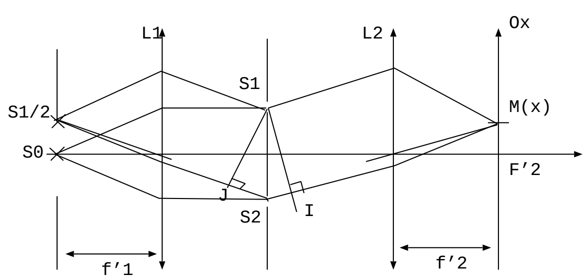
Lorsque les franges brillantes du système de franges de E_1 se superposent aux franges sombres du système de franges de E_2, on observe un écran uniformément éclairé, le contraste s'annule, il y a brouillage. Cela se produit pour $p_{E_1}(M) - p_{E_2}(M) = \dfrac{2a\epsilon}{\lambda} = k + \dfrac{1}{2}$ soit pour $a_k = (k + \dfrac{1}{2})\dfrac{\lambda}{2\epsilon}$.

II. Cohérence spatiale

1. Chaque point source de la fente constitue une source ponctuelle et monochromatique qui donne son propre système de franges à l'écran. Ces sources ne sont pas cohérentes entre elles donc on observe sur l'écran la superposition des systèmes de franges. Ces systèmes de franges ont le même interfrange mais sont décalés.

$\Delta p_{1/2}(M) = p_{S_{1/2}}(M) - p_{S_0}(M) = \dfrac{1}{2}$ signifie que le système de franges donné par S_0 et celui donné par $S_{1/2}$ sont décalés d'un demi interfrange et donc les franges brillantes de l'un se superposent aux franges sombres de l'autre, il y a brouillage.

2.



Dans ce montage on a $\delta_{S_0}(M) = S_2I = \dfrac{ax}{f_2'}$ (démo voir cours) soit $p_{S_0}(M) = \dfrac{ax}{\lambda f_2'}$ et $\delta_{S_{1/2}}(M) = JS_2 + S_2I = \dfrac{ab}{2f_1'} + \dfrac{ax}{f_2'}$ soit $p_{S_{1/2}}(M) = \dfrac{ab}{2\lambda f_1'} + \dfrac{ax}{\lambda f_2'}$.

3. On applique le critère de brouillage $\Delta p_{1/2}(M) = p_{S_{1/2}}(M) - p_{S_0}(M) = \dfrac{ab}{2\lambda f_1'} > \dfrac{1}{2}$ soit $b > \dfrac{\lambda f_1'}{a} = 2,7\,mm$

III. **Bulle de savon**

400 nm correspond au bleu et 800 nm correspond au rouge.

Pour $i = 0$, la différence de marche entre deux rayons réfléchis voisins est $2ne$ d'où l'ordre d'interférences.

Les cannelures correspondent aux longueurs d'onde qui donnent une frange sombre et les franges sombres correspondent aux valeurs de p demi entières.

On calcule $p_{max} = \dfrac{2ne}{\lambda_{min}} = 13,3$ et $p_{min} = \dfrac{2ne}{\lambda_{max}} = 6,65$. Les cannelures correspondent à $p = 7,5 - 8,5 - ... - 12,5$. Il y a 6 cannelures.

La plus petite longueur d'onde correspond à la plus grande valeur de p soit $p = 12,5$ et $\lambda = \dfrac{2ne}{p} = 426\ nm$.

IV. **Cannelures**

1. $\delta = \dfrac{ax}{f'}$ et $i = \dfrac{\lambda f'}{a}$.

2. En lumière blanche, chaque longueur d'onde de la source constitue une source monochromatique qui donne son propre système de franges avec une frange brillante en O. Ces sources ne sont pas cohérentes entre elles donc on observe sur l'écran la superposition de tous les systèmes de franges. En O, toutes les longueurs d'onde donnent une frange brillante et donc O est brillant de couleur de la source, blanche.

3. Les cannelures correspondent aux longueurs d'onde qui donnent une frange sombre au point étudié. Les franges sombres correspondent aux valeurs de p demi entières.

On calcule $p_{max} = \dfrac{ax}{\lambda_{min} f'} = 8,4$ et $p_{min} = \dfrac{ax}{\lambda_{max} f'} = 4,2$. Les cannelures correspondent à $p = 4,5 - 5,5 - 6,5 - 7,5$. Il y a 4 cannelures.

On trouve les longueurs d'onde correspondantes en appliquant $\lambda = \dfrac{ax}{pf'}$ soit $\lambda(nm) = 747, 611, 517$ et 448.

V. **Spectre cannelé en lame d'air**

1. En lame d'air les franges sont des anneaux centrés sur le foyer image de la lentille. La lentille de courte focale se met en entrée du Michelson et sert à faire converger les rayons sur les miroirs. La lentille de grande focale se met en sortie du Michelson, on met l'écran dans son plan focale image car les anneaux sont localisés à l'infinie.

2. Au contact optique on voit un gros anneau brillant de la couleur de la source.

3. Au centre de l'écran l'ordre d'interférences est $p_0 = \dfrac{2e}{\lambda}$. Les cannelures dans le spectre correspondent aux longueurs d'onde qui donnent une frange sombre au point étudié. Les franges sombres correspondent aux valeurs de p demi entières.

On a $p_{max} = \dfrac{2e}{\lambda_{min}}$ et $p_{min} = \dfrac{2e}{\lambda_{min}}$.

Il y a 8 cannelures donc $p_{max} - p_{min} \approx 8$ soit $x = \dfrac{8\lambda_{min}\lambda_{max}}{2\Delta\lambda} = 3,4\ \mu m$.

VI. **Brouillage avec la lampe au sodium**

1. On lit $x_0 = 20,11\ mm$

2. Chaque longueur d'onde de la source constitue une source monochromatique qui donne son propre système de franges. Ces sources ne sont pas cohérentes entre elles donc on observe sur l'écran la superposition des deux systèmes de franges circulaires.

Il y a brouillage lorsque les franges brillantes pour λ_1 se superposent aux franges sombres pour λ_2. Soit $p_{\lambda_1}(M) = \dfrac{2e\cos i}{\lambda_1} \approx \dfrac{2e}{\lambda_1}$ est un entier et $p_{\lambda_2}(M) = \dfrac{2e\cos i}{\lambda_2} \approx \dfrac{2e}{\lambda_2}$ est un demi entier. On a donc $p_{\lambda_1}(M) - p_{\lambda_2}(M) = k + \dfrac{1}{2}$ où k est un entier relatif.

Soit $p_{\lambda_1}(M) - p_{\lambda_2}(M) = 2e_k(\dfrac{1}{\lambda_1} - \dfrac{1}{\lambda_2}) = 2e_k\dfrac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2\lambda_1} = 2e_k\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda_m^2} = k + \dfrac{1}{2}$ d'où $e_k = (k + \dfrac{1}{2})\dfrac{\lambda_m^2}{2\Delta\lambda}$.

Pour $k=0$ on trouve $e_0 = \dfrac{\lambda_m^2}{4\Delta\lambda} = 0,144\ mm$

On a donc brouillage pour $x = 20,11 \pm 0,144\ mm$ soit $x = 19,97\ mm$ et $x = 20,25\ mm$.

VII. **Source de largeur spectrale étendue**

1. $i_{moy} = \dfrac{\lambda_{moy} D}{a} = 1,64\ cm$.

2. Chaque longueur d'onde de la source constitue une source monochromatique qui donne son propre système de franges. Ces sources ne sont pas cohérentes entre elles donc on observe sur l'écran la superposition des deux systèmes de franges.

Tous les systèmes de franges ont une frange brillante en O donc en O on voit une frange brillante de la couleur de la source.

3. $|p_{\lambda_{max}} - p_{\lambda_{moy}}| = \dfrac{1}{2}$ signifie que les franges brillantes pour λ_{max} se superposent aux franges sombres pour λ_{moy}: il y a brouillage.

On applique le critère de brouillage $|p_{\lambda_{max}} - p_{\lambda_{moy}}| = |\dfrac{ax}{\lambda_{max} D} - \dfrac{ax}{\lambda_{moy} D}| = \dfrac{ax(\lambda_{max}\lambda_{moy})}{\lambda_{max}\lambda_{moy} D} > \dfrac{1}{2}$ d'où $x > \dfrac{\lambda_{max}\lambda_{moy} D}{a2(\lambda_{max}\lambda_{moy})} = 3,2\ cm$.

4. Les cannelures dans le spectre correspondent aux longueurs d'onde qui donnent une frange sombre au point étudié. Les franges sombres correspondent aux valeurs de p demi entières.

On a $p_{max} = \dfrac{ax}{\lambda_{min} D} = 53,1$ et $p_{min} = \dfrac{ax}{\lambda_{min} D} = 50,4$. Il y a donc 3 cannelures pour $p = 50,5 - 51,5 - 52,5$.

VIII. **Double jaune du mercure**

1. Sur le capteur on lit l'intensité au centre des anneaux où la différence de marche est $\delta = 2ne = 2e$ dans l'air et l'ordre d'interférences est $p_0 = \dfrac{2e}{\lambda} = \dfrac{2vt}{\lambda}$.

On observe l'intensité en O qui oscille, lorsqu'elle est maximale, O est sur une frange brillante, cela veut dire que p est un entier. Lorsque l'intensité est minimale, O est sur une frange sombre, p est un demi-entier.

Ainsi on peut mesurer la période entre deux franges brillantes: $T = \dfrac{109,8 - 100,5}{18} = 0,52\ s$.

Par la théorie, les instants t_k pour lesquels O est sur une frange brillantes sont tels que $p_k = \dfrac{2vt_k}{\lambda_m} = k$ soit $t_k = \dfrac{k\lambda_m}{2v}$ et $T = t_{k+1} - t_k = \dfrac{\lambda_m}{2v}$.

On a donc $\lambda_m = 2vT = 580\ nm$.

2. Si on observe les variations d'intensité sur une échelle de temps beaucoup plus longue, on ne voit plus les oscillations entre deux franges brillantes, on voit une courbe où l'intensité maximale varie et l'intensité minimale varie également, ce qui signifie que le contraste varie en fonction de e.

Cette variation de contraste est liée à la présence de deux sources de longueurs d'onde différentes. Les deux sources ne sont pas cohérentes, elles donnent chacune leur propre système de franges et l'on observe la superposition des systèmes de franges.

Quand les franges brillantes pour λ_1 se superposent aux franges sombres pour λ_2, il y a brouillage, le contraste est nul: cela se produit pour $t_1 = 275\ s$, $t_2 = 420\ s$, $t_3 = 560\ s$, $t_4 = 710\ s$... La période entre deux brouillages successifs est $T_b = \dfrac{710 - 225}{3} = 160\ s$.

Un brouillage se produit lorsque $p_{\lambda_1} = \dfrac{2vt}{\lambda_1}$ est un entier (frange brillante) et $p_{\lambda_2} = \dfrac{2vt}{\lambda_2}$ est un demi entier (frange sombre) soit $p_{\lambda_1} - p_{\lambda_2} = 2vt(\dfrac{1}{\lambda_1} - \dfrac{1}{\lambda_2}) = \dfrac{2vt\Delta\lambda}{\lambda_1\lambda_2} \approx \dfrac{2vt_k\Delta\lambda}{\lambda_m^2} = k + \dfrac{1}{2}$ (est un demi entier).

On a donc $t_k = (k + \dfrac{1}{2})\dfrac{\lambda_m^2}{2v\Delta\lambda}$. Soit la période entre deux brouillages: $T_b = t_{k+1} - t_k = \dfrac{\lambda_m^2}{2v\Delta\lambda}$ et donc $\Delta\lambda = \dfrac{\lambda_m^2}{2vT_b} = 2\ nm$.