



Samedi 11 avril 2026

OPTION PHYSIQUE

MP - MPI - PC - PSI - PT - TSI

DURÉE : 2 HEURES

Conditions particulières :
Calculatrice et documents interdits

Le sujet comporte 4 pages.

Le sujet se compose de deux parties indépendantes l'une de l'autre, que le candidat est libre d'aborder dans l'ordre de son choix.

Les applications numériques attendues sont des ordres de grandeur à exprimer avec un seul chiffre significatif, ce qui permettra d'utiliser des arrondis.

Sauf si la question le demande explicitement, les résultats donnés sans aucun éléments d'explication ou de justification ne se verront attribuer aucun point.

Des points à hauteur de 5% du barème récompenseront la qualité d'ensemble de la copie : présentation, lisibilité, clarté des raisonnements et de la rédaction.

« Photographe, c'est savourer la vie intensément, à chaque centième de seconde. »

Marc Riboud

Les appareils photographiques actuels, qu'ils soient intégrés à un smartphone ou non, combinent des technologies relevant à la fois de l'optique géométrique, de la mécanique vibratoire et de l'électronique embarquée. Le choix de l'objectif, l'obtention d'une profondeur de champ suffisante et la maîtrise du flou de bougé imposent une compréhension fine de la formation des images. Parallèlement, la stabilisation optique moderne repose sur des capteurs inertiels miniaturisés, notamment des accéléromètres MEMS capacitifs, dont le fonctionnement exploite les lois de la mécanique, de l'électrostatique et des circuits oscillants.

Dans ce sujet, on s'intéresse au fonctionnement physique d'un appareil photographique avec stabilisateur d'image : on étudiera d'abord la formation géométrique de l'image et ses contraintes, puis la détection et la correction des vibrations à l'aide d'un capteur capacitif dont la réponse mécanique et électrique sera modélisée.

1 Objectif de l'appareil photographique

Cette partie est composée de deux sous-parties indépendantes.

1.1 Objectif et téléobjectif

Cette partie traite de la comparaison entre l'encombrement d'un téléobjectif composé de deux lentilles et d'un objectif composé d'une unique lentille permettant de former une même image d'un objet situé à une grande distance du photographe.

On modélise l'objectif d'un appareil photographique par une lentille L_1 que l'on associe à un capteur CCD de taille $15.8 \times 23.6 \text{ mm}^2$. La lentille L_1 est convergente de vergence 5.0δ . La distance entre la lentille L_1 et le capteur, notée Δ , est appelée encombrement de l'appareil. Cet appareil photographique est utilisé pour photographier un animal de hauteur 80 cm situé à 200 m .

Q1 - À quelle distance de la lentille d'entrée L_1 faut-il placer le capteur pour former une image nette ?

Q2 - Réaliser un schéma représentant la situation, on fera apparaître la lentille L_1 , ses foyers objet et image, ainsi que le capteur CCD que l'on placera en accord avec la question précédente.

Q3 - Quel est l'encombrement Δ de l'appareil photographique ?

Q4 - Quelle est la taille de l'image obtenue sur le capteur ?

On remplace l'objectif simple par un téléobjectif constitué de la même lentille d'entrée L_1 associée à une seconde lentille L_2 placée à une distance 15.5 cm derrière la lentille d'entrée L_1 . Cette seconde lentille est divergente, de vergence -20δ . La distance entre la lentille L_1 et le capteur, notée Δ' , est appelée encombrement du téléobjectif. On photographie le même animal de hauteur 80 cm toujours situé à 200 m .

Q5 - À quelle distance de lentille d'entrée L_1 faut-il placer le capteur pour former une image nette ? On donnera un résultat à deux chiffres significatifs.

Q6 - Réaliser un schéma représentant la situation, on fera apparaître les lentilles L_1 et L_2 , leurs foyers objet et image, ainsi que le capteur CCD que l'on placera en accord avec la question précédente.

Q7 - Quel est alors l'encombrement Δ' du téléobjectif ?

Q8 - Quelle est la taille de l'image formée à l'aide du téléobjectif ?

Q9 - Quelle serait la distance focale d'un téléobjectif mono-lentille constitué d'une seule lentille convergente et qui permettrait de former une image de la même taille que celle obtenue à l'aide du téléobjectif ? Quel serait l'encombrement d'un tel appareil photographique ?

1.2 Profondeur de champ

L'appareil photographique est désormais utilisé pour photographier l'image d'un objet A placé à 6 cm de l'objectif sur l'axe optique. On modélise l'objectif de l'appareil photographique par une lentille simple de distance focale 2 cm.

Q10 - Rappeler ce que sont les conditions de Gauss.

Q11 - Définir la notion de stigmatisme rigoureux et approché.

Q12 - Réaliser un schéma à l'échelle de la situation décrite ci-dessus en y faisant également apparaître l'image A' conjugué à l'objet A par la lentille.

Q13 - Ajouter sur votre schéma un diaphragme de 6 cm de diamètre centré sur l'axe optique accolé à la lentille, ainsi que le pixel central du capteur placé dans le plan de l'image A , centré sur l'axe optique et de taille 1 cm.

Q14 - Construire graphiquement les positions extrêmes de l'objet A (notées A_1 et A_2) respectant les conditions assurant un stigmatisme approché.

Q15 - Mesurer la profondeur de champ p à l'aide de votre schéma.

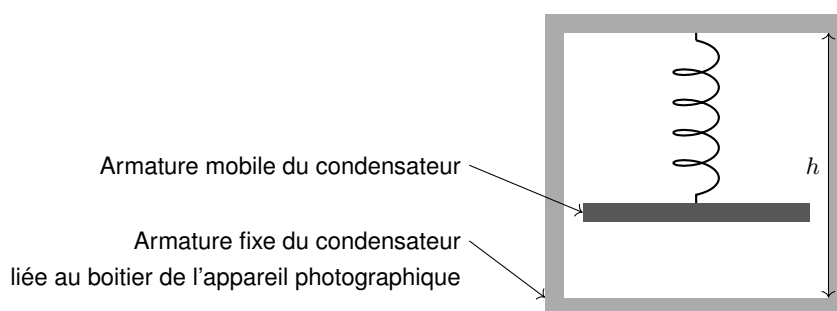
Q16 - Réaliser un nouveau schéma et déterminer la nouvelle profondeur de champ p' pour un diaphragme de diamètre 4 cm centré sur l'axe optique. Quelle est l'influence du diamètre du diaphragme sur la profondeur de champ ?

2 Accéléromètre à détection capacitive

Cette partie est composée de trois sous-parties largement indépendantes.

2.1 Filtrage mécanique

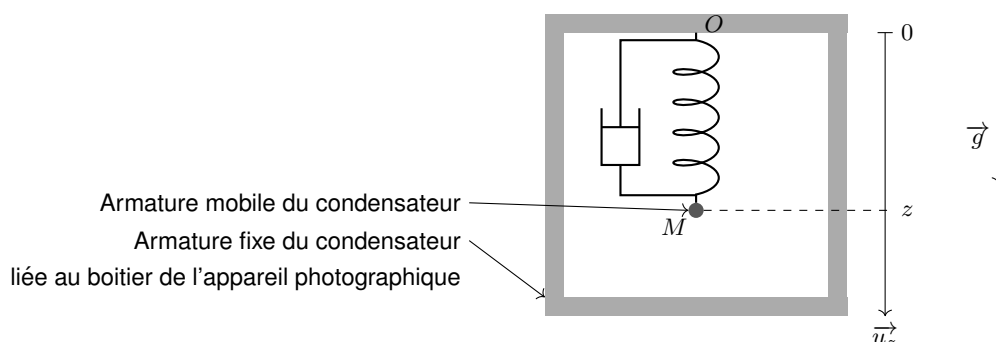
L'intégralité des appareils photographiques numériques modernes sont équipés d'accéléromètres afin de stabiliser l'image lors d'une prise de vue. Cet outil est particulièrement utile lors d'une photographie réalisée avec une grande focale afin de compenser les tremblements de la main du photographe. On se propose d'étudier ici un accéléromètre à détection capacitive. Un conducteur suspendu par un ressort constitue l'armature mobile d'un condensateur, tandis que le boîtier de l'appareil photographique (supposé fixe) porte la seconde armature composant le condensateur. La mesure de la capacité du condensateur permet d'estimer le mouvement engendré par les tremblements du photographe. On note h la hauteur totale de la cavité dans laquelle l'armature mobile est libre de se déplacer.



On modélise mécaniquement l'armature mobile par une masse ponctuelle M de masse m , suspendue à un ressort de longueur à vide l_0 et de constante de raideur k , dont l'autre extrémité est fixée en O un point solidaire de l'appareil photographique. Le système d'amortissement est modélisé par une force de frottement de la forme

$$\vec{F}_f = -\alpha \vec{v}$$

avec \vec{v} la vitesse du point M par rapport au boîtier de l'appareil photographique.



On cherche à exprimer l'amplitude des vibrations, notée Z_M , engendrées par les tremblements de la main du photographe. Les tremblements de la main du photographe sont modélisés par un mouvement sinusoïdal vertical du point O avec une pulsation ω et une amplitude Z_O

$$z_O(t) = Z_O \cos(\omega t) .$$

La position de la masse M est repérée dans le référentiel de l'appareil photographique par sa position verticale z .

Q17 - On note z_{eq} la position d'équilibre de la masse M dans le référentiel de l'appareil photographique. Déterminer son expression en fonction de la longueur à vide l_0 du ressort, de la masse m de l'armature mobile, de l'intensité du champ de pesanteur terrestre g et la constante de raideur k . **Dans cette question, le boîtier est immobile.**

Q18 - Établir l'équation différentielle du mouvement de la masse M dans le référentiel de l'appareil photographique. L'équation fera apparaître le coefficient de frottement α , la constante de raideur k , la masse m , la position d'équilibre z_{eq} , la pulsation ω et l'amplitude Z_O .

~~Indication : le mouvement du point de fixation O influence uniquement l'accélération totale qui s'écrit donc $a = \ddot{z} + \ddot{z}_O$.~~
Indication: le référentiel du boîtier est-il galiléen?

Dans la suite on note $Z = z - z_{eq}$ la position de la masse M par rapport à sa position d'équilibre.

Q19 - Montrer que l'équation du mouvement de M peut se mettre sous la forme

$$\ddot{Z} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{Z} + \omega_0^2 Z = Z_O \omega^2 \cos(\omega t) .$$

Donner l'expression des paramètres ω_0 et Q .

On s'intéresse désormais au mouvement de la masse M en régime sinusoïdal permanent établi.

Q20 - Justifier que la quantité $Z(t)$ peut s'écrire sous la forme

$$Z(t) = Z_M \cos(\omega t + \phi) .$$

Que sont les quantités Z_M , ω et ϕ ? **En notation complexe on a $Z = Z_M e^{j(\omega t + \phi)}$ avec $Z_M = Z_M e^{j\phi}$**

Q21 - À l'aide d'un passage aux complexes, exprimer Z_M en fonction de Z_O , Q et de la pulsation réduite $x = \omega/\omega_0$.

Q22 - Quelle est la nature du filtre associé à $Z_M(x)$?

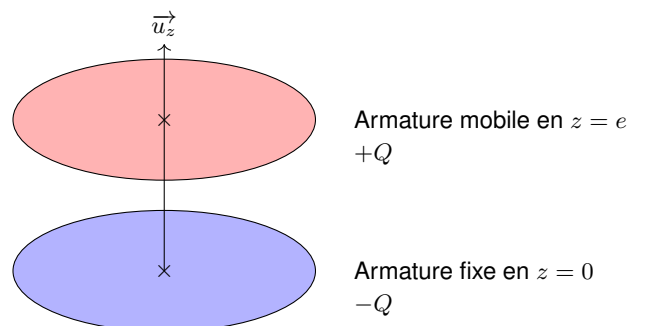
Q23 - Montrer que $Z_M(x)$ passe par un maximum en $x = x_r$ si $Q > 1/\sqrt{2}$ et préciser l'expression x_r .

Q24 - Étudier les asymptotes basse et haute fréquences de $Z_M(x)$ puis tracer sur un même graphique l'allure de la courbe $Z_M(x)$ pour $Q_1 < 1/\sqrt{2}$ et $Q_2 > 1/\sqrt{2}$.

Q25 - La main d'un photographe vibre de 2 mm à une fréquence de 10 Hz, quelle est l'amplitude du mouvement du capteur Z_M dans ces conditions ? On prendra $\omega_0 = 2 \times 10^3 \text{ rad s}^{-1}$ et $Q = 20$ pour l'application numérique.

2.2 Capacité du capteur

L'armature mobile et l'armature fixe forment un condensateur représenté ci-contre. L'armature fixe située en $z = 0$ porte une charge $-Q$ et un potentiel V_1 tandis que l'armature mobile située en $z = e$ porte une charge $+Q$ et un potentiel V_2 . Les charges sont supposées uniformément réparties sur la surface S des armatures de diamètre largement supérieure à l'épaisseur e du condensateur, on peut ainsi négliger les effets de bords. Le potentiel interarmature est décrit par la fonction V .



On admet que le champ est nul à l'extérieur du condensateur.

Q26 - Justifier que le potentiel V ne dépend que de z et donner l'équation différentielle dont le potentiel V est solution.

Q27 - Résoudre cette équation différentielle à l'aide des conditions aux limites.

Q28 - Dédire de la question précédente l'expression du champ électrique interarmature.

Q29 - À l'aide d'un théorème de Gauss obtenir une seconde expression du champ électrique interarmature. Vous justifierez précisément les invariances et symétries utilisées. On introduira la distribution surfacique de charge $\sigma = Q/S$.

Q30 - À l'aide des deux expressions du champ électrique obtenues précédemment, exprimer la capacité C de ce condensateur plan.

Ainsi les vibrations du boîtier de l'appareil photographique entraîne une évolution sinusoïdale de la capacité du condensateur de la forme

$$C(t) = \frac{\epsilon_0 S}{e(t)} = \frac{\epsilon_0 S}{h - z(t)} \sim \frac{\epsilon_0 S}{h} \left(1 + \frac{z(t)}{h} \right);$$

avec $z(t) = Z(t) + z_{eq} = z_{eq} + Z_M \cos(\omega t + \phi)$. Mesurer la capacité C de l'accéléromètre permet donc d'estimer les vibrations du boîtier de l'appareil photographique afin de corriger le mouvement du capteur et stabiliser l'image lors d'une prise de vue.

Q31 - Estimer les valeurs extrêmes atteintes par la capacité C , on prendra une amplitude de variation $Z_m = 2 \mu\text{m}$ dans une cavité de hauteur totale $h = 10 \mu\text{m}$ avec une altitude d'équilibre de l'armature mobile $z_{eq} = 5 \mu\text{m}$. On rappelle que $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$ et on prendra $S = 4 \times 10^{-8} \text{ m}^2$.

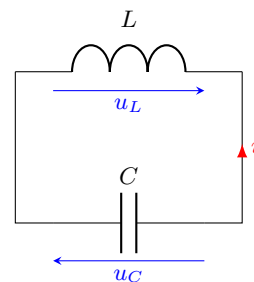
Données numériques utiles à la question : $8.85 \times 4 = 35.4$; $3.54 \times 1.3 \sim 4.6$ et $3.54 \times 1.7 \sim 6.0$.

2.3 Mesure de capacité

Une mesure directe de capacité n'est pas chose simple. Afin de mesurer la capacité de l'accéléromètre, ce dernier est associé à une bobine d'inductance L afin de former un oscillateur LC dont la fréquence des oscillations dépend de la capacité C de l'accéléromètre, capacité qui est elle-même liée aux vibrations du boîtier engendrés par les tremblements de la main du photographe.

Q32 - Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur.

Q33 - Exprimer la fréquence des oscillations du signal u_C en fonction de la capacité C de l'accéléromètre.



Q34 - On suppose que, lors de l'utilisation de l'appareil photographique, la capacité varie faiblement autour de sa valeur en l'absence de vibration C_0 de telle façon que $C = C_0 + \Delta C$ avec $\Delta C \ll C_0$.

Montrer à l'aide d'un développement limité que l'on peut écrire

$$f = f_0 \left(1 - \frac{\Delta C}{2C_0} \right)$$

en précisant l'expression de f_0 en fonction de L et C_0 .

Dans le cas des faibles variations de la capacité de l'accéléromètre, la fréquence du signal de tension mesuré aux bornes du condensateur varie avec une fréquence

$$f(t) = f_0 \left(1 - \frac{z(t) - z_{eq}}{2z_{eq}} \right) = f_0 \left(1 - \frac{Z_M}{2z_{eq}} \cos(\omega t + \phi) \right)$$

Q35 - On cherche à numériser ce signal de fréquence variable, exprimer la fréquence d'échantillonnage minimale respectant le critère de Shannon à tout instant.

La difficulté d'une telle situation est que l'on cherche à accéder à la fréquence de variation de la fréquence. Extraire cette information peut se faire à l'aide, par exemple, d'une boucle à verrouillage de phase afin de remonter à la fréquence instantanée du signal. On définit cette fréquence par

$$f_{ins}(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt}$$

avec $\phi(t)$ la phase du signal en tension mesuré aux bornes du condensateur

$$u_C(t) = U_0 \cos(\phi(t)) = U_0 \cos(2\pi f(t)t) = U_0 \cos \left(2\pi f_0 \left(1 - \frac{Z_M}{2z_{eq}} \cos(\omega t + \phi) \right) t \right).$$

Q36 - Déterminer l'expression de la fréquence instantanée.

En pratique, cette fréquence est estimée à l'aide d'un microcontrôleur contenant une horloge interne de fréquence $f_m = 14 \text{ MHz}$. Le microcontrôleur mesure la fréquence en comptant le nombre N d'impulsions de son horloge pendant une période du signal issu de l'oscillateur de fréquence f_{ins} .

Q37 - Exprimer la période des vibrations engendrées par les tremblements de la main du photographe en fonction de N et f_m . Quelle est la valeur de N attendue pour $f_{ins} = 700 \text{ kHz}$.

Q38 - L'incertitude de mesure du nombre de déclenchements du timer est $\Delta N = 1$, tandis que l'incertitude sur la fréquence de l'horloge du microcontrôleur est $\Delta f_m = 1 \text{ kHz}$. Exprimer l'incertitude relative sur la mesure de la fréquence de la tension aux bornes du condensateur de l'oscillateur. Commenter le résultat obtenu et proposer une façon de réduire cette incertitude.