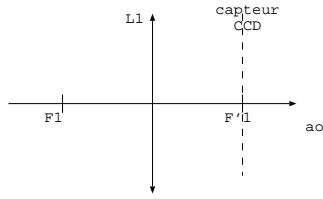


Correction epita ipsa 2026

1. L'objet est à l'infini donc l'image se forme dans le plan focal image de la lentille soit $f' = \frac{1}{5} = 20 \text{ cm}$.

2.



3. L'encombrement est $\Delta = f' = 20 \text{ cm}$.

4. On a $\gamma_1 = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{0,2}{-200} = -1.10^{-3}$. L'animal a une taille réelle de 80 cm donc sa taille sur le capteur est $-80.10^{-3} \text{ cm} = -0,8 \text{ mm} < 0$: l'image est renversée.

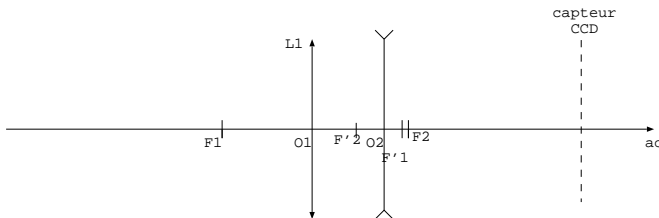
5. L'objet AB composé de l'animal a son image A_1B_1 dans le plan focal image de L_1 , on a $\overline{O_1A_1} = 20 \text{ cm}$. On a $\overline{O_1O_2} = 15,5 \text{ cm}$: distance entre les lentilles L_1 et L_2 .

On en déduit que $\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} = -15,5 + 20 = 4,5 \text{ cm}$: A_1 est donc derrière L_2 , il constitue un objet virtuel pour la lentille L_2 .

On applique la loi de Descartes $\frac{1}{\overline{O_2A_2}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f'_2}$ où $f'_2 = \frac{1}{-20} = -5 \text{ cm}$ et où A_2B_2 est l'image de A_1B_1 par la lentille L_2 .

Soit $\frac{1}{\overline{O_2A_2}} = \frac{1}{\overline{O_2A_1}} + \frac{1}{f'_2} = \frac{f'_2 + \overline{O_2A_1}}{f'_2 \overline{O_2A_1}}$ ou encore $\overline{O_2A_2} = \frac{f'_2 \overline{O_2A_1}}{f'_2 + \overline{O_2A_1}} = 45 \text{ cm} > 0$: l'image est derrière la lentille L_2 , elle est réelle.

La distance entre L_1 et A_2B_2 est donc $\overline{O_1A_2} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2A_2} = 15,5 + 45 = 60 \text{ cm}$: c'est à cette position que l'on doit mettre le capteur CCD .



6.

7. L'encombrement est la distance entre L_1 et le capteur soit $\Delta' = 60 \text{ cm}$.

8. L'image de l'animal par L_1 est telle que $\overline{A_1B_1} = -0,8 \text{ mm}$.

On calcule la taille de l'image A_2B_2 par L_2 en utilisant le grandissement soit $\gamma_2 = \frac{\overline{O_2A_2}}{\overline{O_2A_1}} = \frac{45}{4,5} = 10$. On a donc $\overline{A_2B_2} = 10\overline{A_1B_1} = 8 \text{ mm}$: cette taille est plus acceptable pour observer l'animal.

9. On cherche la lentille unique qui donne de l'objet animal de taille $AB = 80 \text{ cm}$ placé à 200 m de la lentille, une image de taille 8 mm placée dans le foyer image de la lentille (puisque l'objet est toujours très loin). On a donc $\overline{OA} = -200 \text{ m}$, $\overline{AB} = 80 \text{ cm}$, $\overline{OA'} = f'$ et $\overline{A'B'} = -8 \text{ mm}$.

On a donc $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{f'}{\overline{OA}}$ donc $f' = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \overline{OA} = 1,28 \text{ m}$: cela représente un encombrement de $1,28 \text{ m}$, c'est impossible. On a donc démontré ici l'utilité d'un téléobjectif.

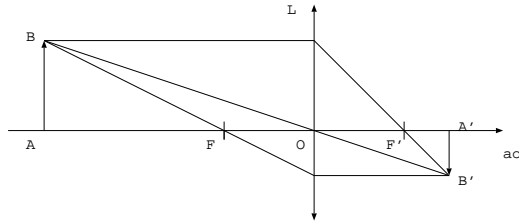
10. Les conditions de Gauss sont les rayons peu inclinés par rapport à l'axe optique et proches de l'axe optique.

11. Il y a stigmatisme lorsque les rayons passant par l'objet A avant traversée du système optique passent tous par A' après traversée du système.

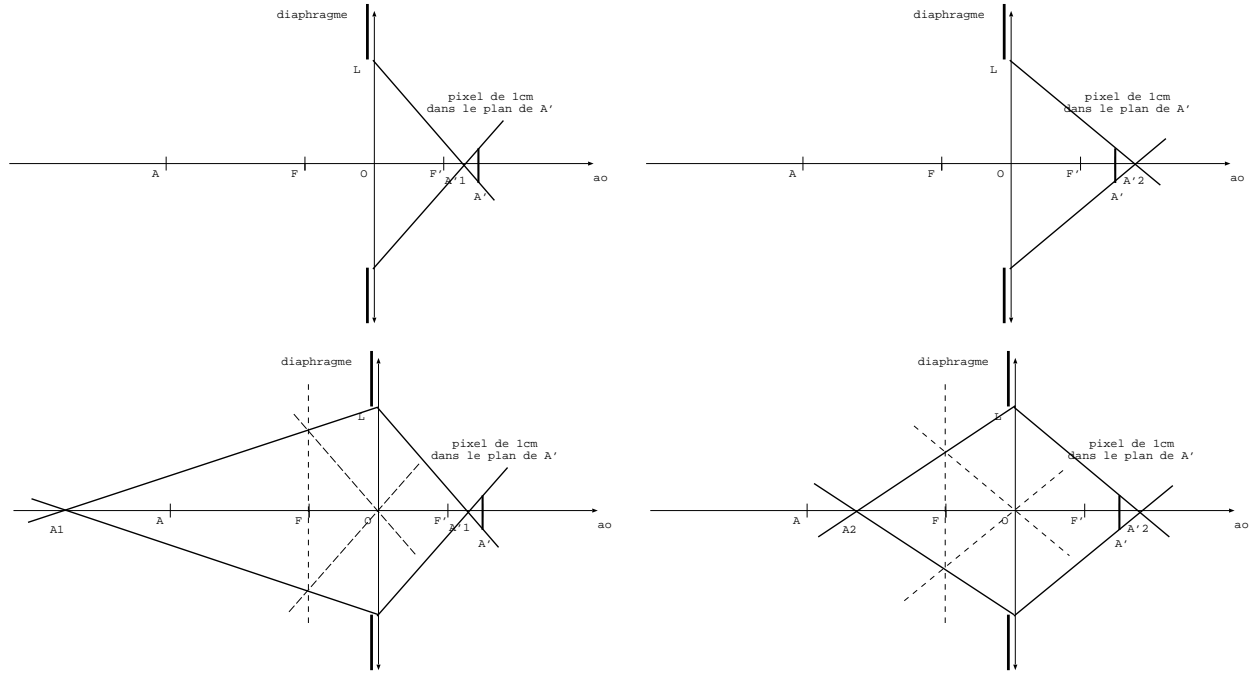
Il y a stigmatisme rigoureux lorsqu'il y a stigmatisme quelque soit l'inclinaison et la position des rayons: c'est le cas du miroir plan.

Il y a stigmatisme approché lorsque le stigmatisme n'est vérifié que dans les conditions de Gauss: c'est le cas des lentilles minces.

12.



13. et 14.

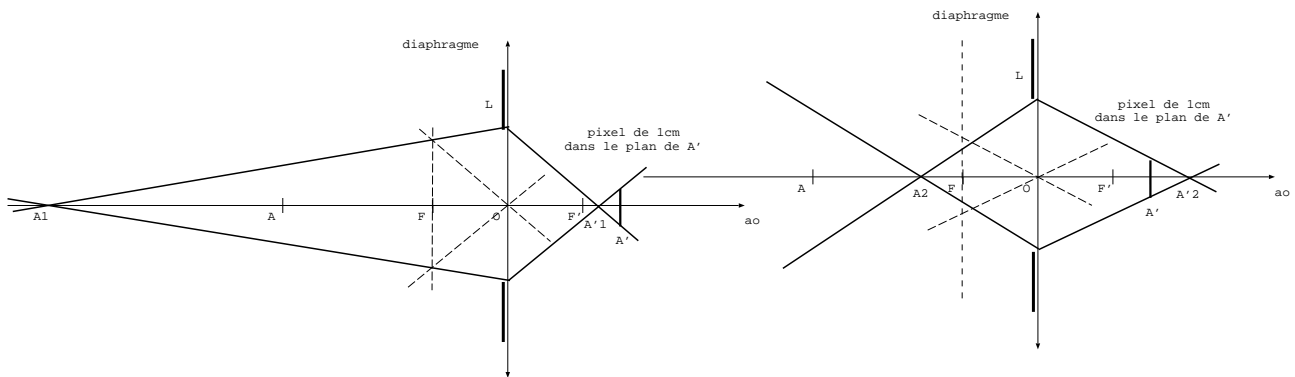


On construit les rayons extrêmes passant par les bords du diaphragme et par les bords du pixel: cela donne deux images A'_1 et A'_2 sur l'axe optique. Ces images correspondent à des objets qui seront vus sur le pixels du centre.

On construit à reculons les rayons pour trouver les objets A_1 et A_2 qui ont pour image respective A'_1 et A'_2 . Pour cela on trace le rayon auxiliaire parallèle au rayon sortant et passant par le centre de la lentille, ce rayon n'est pas dévié. Les rayons qui sortent parallèles entre eux d'une lentille, se coupent en un point du plan focal objet avant de traverser la lentille.

15. On mesure à la règle profondeur de champ $p = A_1A_2$ soit $p = 4,5 \text{ cm}$.

16.



On remarque que plus le diaphragme est fermé plus la profondeur de champ est grande: $p' > p$. Cela confirme la nécessité de travailler dans les conditions de Gauss avec des rayons peu inclinés et proches des axes (équivalent à un diaphragme fermé) pour avoir un bon stigmatisme approché.

17. Dans cette question, j'aurais ajouté dans l'énoncé que le boîtier est immobile, sinon ce n'est pas possible que la masse m soit immobile dans le boîtier.

La masse est à l'équilibre, dans le référentiel galiléen lié au boîtier, sous l'action de son poids $\vec{P} = +mg\vec{e}_z$ et de la force de rappel élastique $\vec{F}_r = -k(l - l_0)\vec{e}_z$ soit en projection sur Oz : $+mg - k(l - l_0) = 0$ soit $z_{eq} = l = l_0 + \frac{mg}{k} > l_0$: le ressort est étiré à l'équilibre.

18. Dans cette question, le boîtier a un mouvement rectiligne non uniforme dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen donc le référentiel lié au boîtier n'est pas galiléen. Il est en translation dans le référentiel du laboratoire donc $\vec{F}_{ic} = \vec{0}$ et $\vec{F}_{ie} = -m\ddot{z}_0\vec{e}_z$.

La masse m subit les forces d'interaction: son poids $\vec{P} = +mg\vec{e}_z$, la force de rappel élastique $\vec{F}_r = -k(l - l_0)\vec{e}_z$ avec $l = z(t)$ et la force de frottement $\vec{F}_f = -\alpha\vec{v} = -\alpha\dot{z}\vec{e}_z$.

Le PFD appliqué à la masse m dans le référentiel non galiléen lié au boîtier est $m\ddot{z}\vec{e}_z = +mg\vec{e}_z - k(z - l_0)\vec{e}_z - m\ddot{z}_0\vec{e}_z - \alpha\dot{z}\vec{e}_z$

Soit $m\ddot{z} = mg - k(z - l_0) - m\ddot{z}_0 - \alpha\dot{z}$

On pose $z = z_{eq} + Z = l_0 + \frac{mg}{k}$ soit $\dot{z} = \dot{Z}$ et $\ddot{z} = \ddot{Z}$.

On obtient $m\ddot{Z} = -kZ - m\ddot{z}_0 - \alpha\dot{Z}$ ou encore $\ddot{Z} + \frac{\alpha}{m}\dot{Z} + \frac{k}{m}Z = -\ddot{z}_0 = -Z_0\omega^2 \cos(\omega t)$.

Par identification avec l'énoncé on a $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $\frac{\omega_0}{Q} = \frac{\alpha}{m}$ donc $Q = \frac{m\omega_0}{\alpha} = \frac{\sqrt{km}}{\alpha}$.

19. Z_m est l'amplitude des oscillations, ω est la pulsation et ϕ est le déphasage entre les oscillations de M et les oscillations de O .

20. On exprime l'équation différentielle en notation complexe:

$$-\omega^2 \underline{Z} + \frac{\omega_0}{Q} j\omega \underline{Z} + \omega_0^2 \underline{Z} = -Z_0\omega^2.$$

$$\underline{Z} = \frac{-Z_0\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + \frac{j\omega\omega_0}{Q}}.$$

$$\text{On } \omega \text{ par } x\omega_0, \text{ on obtient: } \underline{Z} = \frac{-Z_0x^2\omega_0^2}{\omega_0^2 - x^2\omega_0^2 + \frac{jx\omega_0^2}{Q}} = \frac{-Z_0x^2}{1 - x^2 + \frac{jx}{Q}}.$$

On obtient Z_m en prenant le module de \underline{Z}_m soit:

$$Z_m = \frac{Z_0x^2}{\sqrt{(1 - x^2)^2 + (\frac{x}{Q})^2}}.$$

21. Pour $x \approx 0$, on a $Z_m \approx 0$: les basses fréquences sont coupées.

Pour $x \rightarrow \infty$, on a $Z_m = \frac{Z_0x^2}{x^2} = Z_0$: les hautes fréquences passent.

Il s'agit d'un filtre passe-haut.

22. Pour étudier $Z_m(x)$, on divise le numérateur et le dénominateur par x^2 pour se ramener à une fraction avec un numérateur constant, et on étudie les variations du dénominateur soit: $Z_m = \frac{Z_0}{\sqrt{(\frac{1}{x^2} - 1)^2 + (\frac{1}{Qx})^2}}$.

On pose $f(x) = (\frac{1}{x^2} - 1)^2 + (\frac{1}{Qx})^2$, on pose $u = \frac{1}{x}$ et on étudie la fonction $f(u) = (u^2 - 1)^2 + \frac{u^2}{Q^2}$.

On a $f'(u) = 2(u^2 - 1)2u + \frac{2u}{Q^2} = 4u(u^2 - 1) + \frac{1}{2Q^2} = 0$ pour $u^2 = 1 - \frac{1}{2Q^2}$: cette solution existe pour $\frac{1}{2Q^2} < 1$ soit $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lorsque la condition $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ est vérifiée, la fonction $f(u)$ admet un extrémum pour $u^2 = 1 - \frac{1}{2Q^2}$ soit

$$u = \frac{1}{x} = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \text{ et donc } x_r = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}}.$$

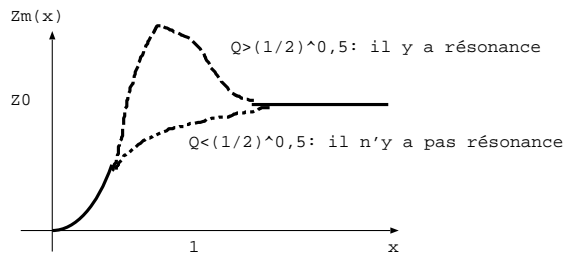
Remarque: en math quand on cherche un maximum on cherche dans la dérivée s'annule et quand la dérivée seconde es positive. En physique, quand on cherche un maximum, on cherche un extrémum et quand on trouve cet extrémum, on admet que c'est un maximum.

23. Pour les asymptotes, on ne garde qu'un seul terme au dénominateur: $\frac{Z_0 x^2}{x^2} = Z_0$

A basse fréquence: $Z_m = \frac{Z_0 x^2}{\sqrt{(1-x^2)^2 + (\frac{x}{Q})^2}} \approx$

$$\frac{Z_0 x^2}{1}$$

A haute fréquence: $Z_m = \frac{Z_0 x^2}{\sqrt{(1-x^2)^2 + (\frac{x}{Q})^2}} \approx$



24. AN: $\omega = 2\pi f = 63 \text{ rad.s}^{-1}$, $x = \frac{\omega}{\omega_0} = 0,031$ et $Z_0 = 2 \text{ mm}$

$Z_m = 2.10^{-3} \text{ mm}$: le système joue bien le rôle de stabilisateur.

25. On repère M par ses coordonnées cartésiennes, il y a invariance par translation selon Ox et Oy car les armatures sont infinis dans ces deux directions donc V et \vec{E} ne dépendent que de z .

On a $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$ et $\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0$ donc $\Delta V = \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}}V) = 0$.

26. En coordonnées cartésiennes $\Delta V = \frac{d^2 V}{dz^2} = 0$ soit $\frac{dV}{dz} = A$ et $V(z) = Az + B$.

On trouve A et B avec les conditions aux limites $V(z=0) = V_1 = B$ et $V(z=e) = Ae + B = V_2$ soit

$$A = \frac{V_2 - V_1}{e}$$

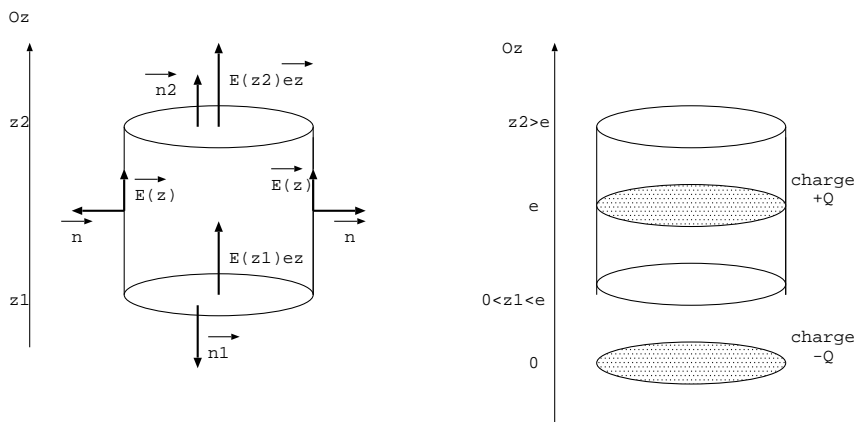
On a donc $V(z) = \frac{V_2 - V_1}{e}z + V_1$.

27. On applique $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V = -\frac{dV}{dz}\vec{e}_z = -\frac{V_2 - V_1}{e}\vec{e}_z$.

28. M appartient aux plans $P^+(M, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$ et $P^+(M, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ donc $\vec{E}(M)$ appartient à ces deux plans donc \vec{E} est selon Oz .

On a donc $\vec{E} = E(z)\vec{e}_z$.

On choisit pour surface de Gauss un cylindre d'axe Oz compris entre z_1 et z_2 et de section S .



$$\phi = E(z_2)\vec{e}_z S \vec{e}_z + E(z_1)\vec{e}_z S(-\vec{e}_z) = (E(z_2) - E(z_1))S$$

On prend $0 < z_1 = z < e$ et $z_2 > e$ soit $E(z_2) = 0$ (l'énoncé doit vous dire que le champ est nul à l'extérieur du condensateur).

On applique le théorème de Gauss soit $\phi = -E(z_1)S = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$ avec ici $Q_{int} = +Q$ soit $E(z_1) = -\frac{Q}{S\epsilon_0} = \frac{-\sigma}{\epsilon_0}$.

29. On a donc $E(z) = \frac{-\sigma}{\epsilon_0} = -\frac{V_2 - V_1}{e}$ entre les armatures soit $V_2 - V_1 = \frac{\sigma e}{\epsilon_0}$ avec par définition $V_2 - V_1 = \frac{Q}{C} = \frac{\sigma S}{C}$. On en déduit $C = \frac{\epsilon_0 S}{e}$.

30. Les valeurs extrêmes de z sont obtenues pour $\cos = \pm 1$ soit $z_{max} = z_{eq} + Z_m$ et $z_{min} = z_{eq} - Z_m$.

On remplace dans l'expression de C .

31. Loi des mailles: $U_L + U_C = 0$

Lois de comportement des dipôles: $i = C \frac{dU_c}{dt}$ et $U_L = L \frac{di}{dt}$ (en convention récepteur)

On a donc $U_L = L \frac{di}{dt} = LC \frac{d^2 U_c}{dt^2}$ soit: $LC \frac{d^2 U_c}{dt^2} + U_c = 0$ ou encore $\frac{d^2 U_c}{dt^2} + \frac{U_c}{LC} = 0$: c'est un OH de pulsation propre $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

32. La fréquence est $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$.

33. La fréquence de vibration en présence de tremblement du boîtier est $f(t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC(t)}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C_0 + \Delta C)}} =$

$\frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0(1 + \frac{\Delta C}{C_0})}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0}}(1 + \frac{\Delta C}{C_0})^{-1/2} \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0}}(1 - \frac{\Delta C}{2C_0})$: par identification avec l'énoncé on a

$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_0}}$.

34. Le critère de Shanon dit que la fréquence d'échantillonnage doit être au moins le double de la fréquence du signal.