

# Révisions de thermodynamique

## I. Détendeur (oral type CCP)

Du méthane est transporté dans un gazoduc, avec un débit massique  $q_m = 2,5 \text{ kg.s}^{-1}$ . sous haute pression  $P_1$  avant d'être détendu à la pression  $P_2$ . La section de la conduite est la même en aval et amont du détendeur et vaut  $S = 0,2 \text{ m}^2$ . L'écoulement du gaz est permanent et le détendeur fonctionne de façon adiabatique.

A l'entrée du détendeur :  $P_1 = 80 \text{ bars}$ ,  $T_1 = 300 \text{ K}$ ,  $v_1 = 0,0170 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$  (volume massique du méthane),  $h_1 = 1120 \text{ kJ.kg}^{-1}$  (enthalpie massique du méthane), et  $s_1 = 9,10 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$  (entropie massique du méthane).

A la sortie du détendeur :  $P_2 = 3 \text{ bars}$ ,  $T_2$  est inconnue et on donne :

$$h(T, P_2) = 2,21T + 539 \text{ kJ.kg}^{-1}$$

$$s(T, P_2) = 75.10^{-3}T + 8,75 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$$

$$v(T, P_2) = 1,7.10^{-3}T + 0,013 \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$$

1. Appliquer le premier principe industriel au méthane qui traverse le détendeur et montrer que, dans le cas où l'on néglige les variations d'énergie mécanique du méthane, le fluide subit une détente isenthalpique type détente de Joule-Thomson, en déduire  $T_2$ .

2. Déduire du débit massique, les vitesses du gaz en amont et aval du détendeur. Calculer les énergies cinétiques massiques et valider l'hypothèse précédente.

3. Déterminer l'entropie créée par unité de temps.

4. Partant de l'état 1 le méthane traverse maintenant une turbine adiabatique qui remplacerait le détendeur et qui aurait aussi une pression de sortie  $P_3 = 3 \text{ bars}$ . Sous 3 bars la température de liquéfaction du méthane est  $T_l = 128 \text{ K}$ , le liquide saturant a une entropie  $s_l = 5,39 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et la vapeur saturante a pour entropie  $s_v = 10,4 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et pour enthalpie  $h_v = 820 \text{ kJ.kg}^{-1}$ . L'état en sortie de la turbine est notée 3.

4.a. Préciser dans le cas d'une détente adiabatique réversible dans la turbine la valeur de l'entropie massique  $s_3$  en sortie de la turbine. En déduire que l'état 3 correspond à un état diphasé et calculer  $x_v$  la fraction massique en vapeur.

4.b. On admet que  $x_v = 0,74$ . Calculer l'enthalpie  $h_3$  en sortie de la turbine (L'enthalpie du liquide saturant est négligée devant celle de la vapeur).

4.c. Déduire du premier principe industriel, la puissance maximale que pourrait récupérer une turbine adiabatique.

Réponses: 1-  $T_2 = 263 \text{ K}$  2-  $c_1 = 0,21 \text{ m.s}^{-1}$   $c_2 = 5,75 \text{ m.s}^{-1}$  3-  $48,4 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{s}^{-1}$  4-  $P_u = -2030 \text{ kW}$ .

## II. Mélange liquide-glace

Dans un calorimètre de valeur équivalente en eau  $M = 20 \text{ g}$ , on dispose une quantité d'eau liquide de masse  $m_1 = 200 \text{ g}$  à la température ambiante  $t_1 = 25^{\circ}\text{C}$  (c'est également la température initiale du calorimètre). On ajoute un glaçon de masse  $m_2 = 10 \text{ g}$  à la température  $t_2 = -5^{\circ}\text{C}$ . Lorsque l'équilibre thermique est réalisé, on mesure la température  $t_f = 20,4^{\circ}\text{C}$ . Calculer la chaleur latente de fusion de la glace et l'entropie créée du système liquide-glace.

Données : capacité thermique massique de l'eau liquide  $c_l = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ , capacité thermique massique de l'eau solide  $c_s = 2,1 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ , identité thermodynamique:  $dS = \frac{dH}{T} - \frac{VdP}{T}$ .

Réponses:  $h_{fus} = 330 \text{ kJ.kg}^{-1}$ ,  $S_c = 6 \text{ J.kg}^{-1}$

### III. Etat final dans un calorimètre

Dans un calorimètre parfaitement calorifugé de capacité thermique  $C = 100 \text{ J.K}^{-1}$ , on verse une masse  $m_1 = 190,0 \text{ g}$  d'eau liquide à la température  $t_1 = 15^\circ\text{C}$ . On introduit une masse  $m_2 = 80,0 \text{ g}$  de glace à la température  $t_2 = -20^\circ\text{C}$  et on agite jusqu'à l'obtention d'un équilibre.

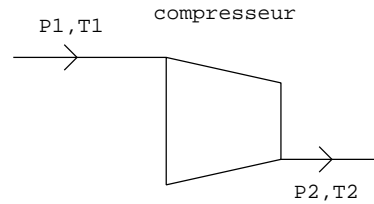
1. Calculer  $m_e$ , la masse équivalente en eau du calorimètre.
2. Déterminer la température et la composition du système (eau liquide et eau glace) dans l'état final.

Données : capacité thermique massique de l'eau liquide  $c_l = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ , capacité thermique massique de l'eau solide  $c_s = 2,1 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ , enthalpie massique de fusion de la glace à  $0^\circ\text{C}$ :  $h_{fus} = 333 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

Réponses: 1-  $m_{eq} = 24 \text{ g}$  2-  $220,3 \text{ g}$  de liquide et  $49,7 \text{ g}$  de glace

### IV. Compresseur à deux étages

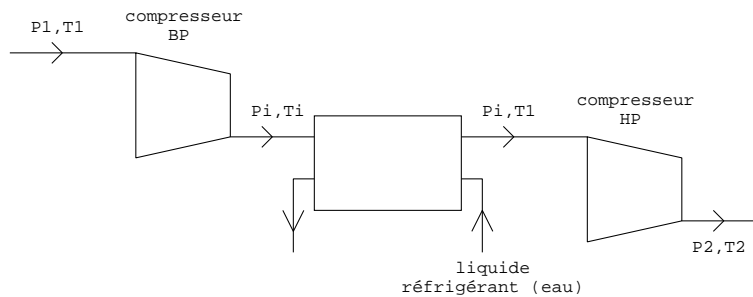
On étudie la compression adiabatique réversible de l'air dans un compresseur en écoulement permanent. L'air, assimilable à un gaz parfait tel que  $c_p = 1,0 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et de coefficient  $\gamma = 1,4$ , est aspiré dans les conditions ( $P_1 = 1,0 \text{ bar}$ ,  $T_1 = 27^\circ\text{C}$ ) avec un débit massique  $D_m = 1,3 \text{ kg.s}^{-1}$ . Le rapport de compression est  $a = \frac{P_2}{P_1} = 25$ . On négligera toute variation d'énergie cinétique ou potentielle.



1. Calculer la température  $T_2$  de l'air à la sortie du compresseur.
2. Calculer le travail utile massique de compression ainsi que la puissance correspondante.

Le compresseur comporte à présent deux étages (BP et HP):

- dans un premier temps, l'air est comprimé jusqu'à une pression intermédiaire  $P_i$
- il est ensuite refroidi sans perte de pression par passage dans un refroidisseur intermédiaire qui le ramène à la température initiale  $T_1$
- dans le second étage, l'air est comprimé jusqu'à la pression finale  $P_2$ .

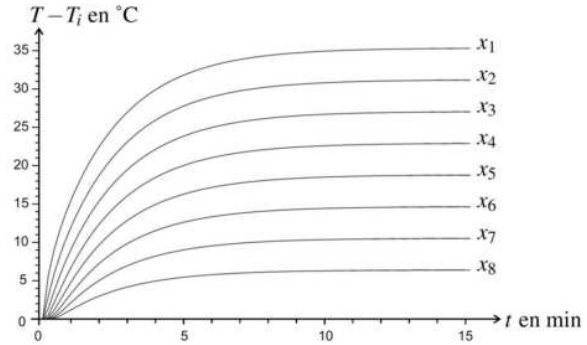
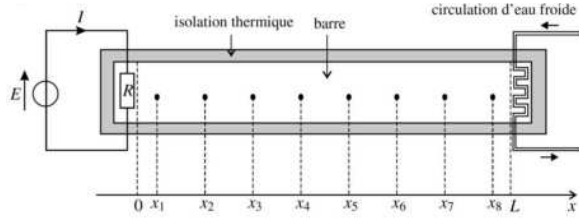


3. Exprimer littéralement le travail utile massique global de compression  $w_g$  fourni par les deux étages du compresseur en fonction de  $T_1$ ,  $a$ ,  $c_p$ ,  $\gamma$  et  $r = \frac{P_i}{P_1}$  (rapport intermédiaire de compression).
4. Pour  $a$  fixé, déterminer la valeur de  $r$  qui rend ce travail minimal. Applications numériques : calculer  $r$ ,  $T_i$ ,  $T_2$  et le travail utile massique  $w_g$ .
5. La réfrigération de l'air est assurée par une circulation d'eau liquide qui entre à la température  $T_0 = 283 \text{ K}$  et dont la température finale ne doit pas dépasser  $T_f = 293 \text{ K}$ . Sachant que le refroidisseur est parfaitement calorifugé, déterminer le débit massique d'eau minimal nécessaire. On donne la capacité thermique massique de l'eau  $c_e = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .

Réponses: 1-  $T_2 = 752 \text{ K}$  2-  $P_m = 588 \text{ W}$  3-  $w_g = c_p T_1 (r^{(\gamma-1)/\gamma} + \frac{a}{r})^{(\gamma-1)/\gamma} - 2$  4-  $r = \sqrt{a} = 5$ ,  $T_i = T_2 = 475 \text{ K}$ ,  $w_g = 350 \text{ kJ.kg}^{-1}$

## V. Diffusion thermique dans un barreau

Une barre cylindrique en cuivre de section  $S = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$  est calorifugée sur sa surface latérale. Elle est chauffée à son extrémité  $x = 0$  (avec une puissance  $P = 15 \text{ W}$ ) et une circulation d'eau froide maintient son autre extrémité à température constante. Des sondes de températures sont disposées régulièrement le long de la barre (selon un espacement  $e = 22 \text{ mm}$ ).



1. Cette expérience permet-elle d'observer le régime stationnaire ? Calculer une estimation du coefficient de diffusion.
2. Montrer que ce protocole permet de mesurer la conductivité thermique du cuivre et en faire l'estimation.

Réponses: 1-  $D \approx 3.10^{-4} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  2-  $\lambda = 400 \text{ SI}$

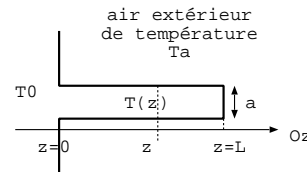
## VI. Effet d'ailette par les balcons

Bien que la ressemblance entre les ailettes de refroidissement de moteur et les balcons d'un bâtiment ne soit à première vue pas évidente, ces deux éléments sont pourtant comparables. Les ailettes sur un moteur sont des lames métalliques qui servent à augmenter la surface de contact entre le corps chaud (l'air près du moteur) et le corps froid (l'air ambiant) afin d'éviter que le moteur ne chauffe trop et ne soit endommagé.

Or un mur de soutènement (plancher d'un balcon) perpendiculaire à la façade d'un immeuble joue le même rôle qu'une ailette provoquant ainsi d'importantes pertes thermiques dans l'immeuble.



On modélise un balcon par une dalle en béton de section rectangulaire de côtés  $a = 10 \text{ cm}$  selon  $Oy$ ,  $b = 2 \text{ m}$  selon  $Ox$  et  $L = 1,2 \text{ m}$  selon  $Oz$ . La dalle est fixée à une paroi de température  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  (température de la dalle en  $z = 0$ ) et est en contact avec l'air de température  $T_a = 5^\circ\text{C}$ .



On rappelle la loi de Newton :  $j_{th} = h(T(z) - T_a)$ , où  $j_{th}$  est le flux thermique surfacique sortant de l'ailette à l'abscisse  $z$  en régime stationnaire et  $T(z)$  la température de l'ailette à l'abscisse  $z$ . On donne  $h = 15 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$  pour l'interface béton-air et la conductivité thermique du béton  $\lambda = 1,75 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .

1. Montrer que  $T(z)$  en régime permanent vérifie l'équation différentielle  $\frac{d^2 T(z)}{dz^2} - \frac{T(z)}{\delta^2} = -\frac{T_a}{\delta^2}$ . Exprimer et calculer  $\delta$ .
2. En déduire  $T(z)$  en supposant la dalle de longueur infinie. A quelle condition, l'hypothèse 'dalle infinie' est-elle légitime?
3. En déduire la puissance thermique évacuée par la dalle.

Réponses:  $\delta = \sqrt{\frac{a\lambda}{2h}} = 7,6 \text{ cm}$ ,  $T(z) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-z/\delta}$  et  $P = 2hb\delta(T_0 - T_a)$

## VII. Machine thermique

On adopte le modèle de machine à vapeur suivant : un système ouvert en régime stationnaire constitué d'eau sous deux phases liquide et vapeur décrit un cycle ABCD. Les évolutions BC et DA sont adiabatiques et réversibles, AB et CD sont isothermes et isobares. Soit  $x$  le titre massique en vapeur.

états	A	B	C	D
P(bar)	20	20	1	1
T(K)	485	485	373	373
$x$	0	1	$x_C$	$x_D$

T(K)	P(bar)	$v_l(m^3/kg)$	$h_l(kJ/kg)$	$s_l(J.K^{-1}.kg^{-1})$	$v_v(m^3/kg)$	$h_v(kJ/kg)$	$s_v(J.K^{-1}.kg^{-1})$
485	20	$1,18.10^{-3}$	909	2,45	0,0998	2801	6,35
373	1	$1,04.10^{-3}$	418	1,30	1,70	2676	7,36

1. Tracer dans le diagramme entropique la courbe de saturation et le cycle ABCD décrit par l'eau.
2. Calculer  $x_C$  et  $x_D$  les titres massiques en vapeur en C et D.
3. Calculer les enthalpies massiques  $h_A$ ,  $h_B$ ,  $h_C$  et  $h_D$ .
4. Calculer le travail utile massique et le transfert thermique massique avec la source chaude au cours d'un cycle pour cette machine. En déduire son rendement.

Réponses :  $x_C = 0,83$ ,  $x_D = 0,19$ ,  $h_C = 2290 \text{ kJ/kg}^{-1}$ ,  $h_D = 847 \text{ kJ/kg}^{-1}$ ,  $w_u = -450 \text{ kJ/kg}^{-1}$ ,  $r = 0,24$

## VIII. Congélateur

Dans un congélateur supposé fonctionner réversiblement, de puissance électrique  $P_e = 50 \text{ W}$ , on place une masse  $m = 1 \text{ kg}$  d'eau liquide à la température initiale  $t_1 = 20^\circ\text{C}$  qui au bout d'un temps  $\tau$  se transforme en glace à la température  $t_2 = -18^\circ\text{C}$ . La température de l'air de la pièce est  $t_e = 20^\circ\text{C}$ .

Données:

Capacité thermique massique de l'eau liquide :  $c_l = 4,18 \text{ kJ.K}^{-1}.kg^{-1}$

Capacité thermique massique de l'eau solide :  $c_g = 2,1 \text{ kJ.K}^{-1}.kg^{-1}$

Chaleur latente massique de la glace à  $t_0 = 0^\circ\text{C}$  :  $l = 334 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

1. Calculer le transfert thermique reçue par la masse  $m$  d'eau au cours de sa transformation. Représenter la transformation de l'eau sur le diagramme d'état du corps pur eau ( $P$  en ordonnée et  $T$  en abscisse).
2. Calculer la variation relative de température de la source froide. On fait l'approximation que la température de la source froide est constante et égale à  $274 \text{ K}$ . Justifier cette valeur numérique et calculer l'efficacité du congélateur.
3. Calculer le travail électrique reçu par le congélateur pour congeler la masse  $m$  d'eau et en déduire le temps  $\tau$  nécessaire.

Réponses :  $Q_{eau} = \Delta H_{eau} = -455 \text{ kJ}$ ,  $W = 31,6 \text{ kJ}$  et  $\tau = 630 \text{ s}$

## IX. Pompe à chaleur

Une pompe à chaleur dont le fonctionnement est supposé réversible, effectue des transformations cycliques en échangeant de la chaleur avec deux sources : l'une est l'eau d'un lac dont la température est  $T_0 = 280 \text{ K}$ , l'autre est une masse d'eau  $M = 800 \text{ kg}$  dont la température initiale est  $T_i = 290 \text{ K}$ . La capacité thermique massique de l'eau liquide est  $c = 4,2.10^3 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$ .

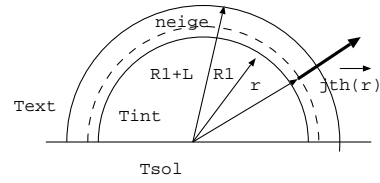
1. On note  $\delta Q_F$ ,  $\delta Q_c$  et  $\delta W$ , les énergies échangées par la pompe à chaleur au cours d'un cycle. Faire un schéma en précisant la nature des sources froide et chaude, et en indiquant les sens des échanges thermiques, en déduire les signes de  $\delta Q_F$ ,  $\delta Q_c$  et  $\delta W$ . Comment évoluent les températures de la masse  $M$  d'eau et de l'eau du lac au cours du temps? justifier votre réponse.
2. Calculer, lorsque la masse  $M$  d'eau a atteint la température finale  $T_f = 333 \text{ K}$ : les transferts thermiques  $Q_f$  et  $Q_c$ , le travail  $W$  absorbé par la pompe et l'efficacité globale de la pompe à chaleur.
3. Calculer le temps nécessaire pour atteindre la température voulue avec une pompe de puissance  $P = 5 \text{ kW}$ .

Réponses: 2-  $Q_c = -1,67.10^5 \text{ kJ}$ ,  $Q_f = +1,50.10^5 \text{ kJ}$ ,  $W = 0,17.10^5 \text{ kJ}$

## X. Igloo

On modélise un igloo par une demi-sphère creuse de rayon intérieur  $R_1$ , fabriqué à partir de blocs de neige de conductivité thermique  $\lambda$  et d'épaisseur supposée constante égale à  $L$ .

On note  $T(r)$  et  $\vec{j}_{th} = j_{th}(r)\vec{e}_r$ , respectivement la température et le vecteur densité de courant thermique dans la neige pour  $R_1 < r < R_1 + L$ , en coordonnées sphériques. Les températures  $T_{ext}$  et  $T_{int}$  sont les températures à l'extérieur et à l'intérieur de l'igloo. On donne le gradient en coordonnées sphériques:  $\vec{\text{grad}}f(r) = \frac{df}{dr}\vec{e}_r$ .



1. On note  $\mathcal{P}(r)$  la puissance thermique sortant de la demi-sphère de rayon  $r$ . Exprimer  $\mathcal{P}(r)$  et montrer que  $\mathcal{P}(r)$  ne dépend pas de  $r$ .

2. En déduire que la résistance thermique de l'igloo s'écrit  $R_{th} = \frac{L}{2\pi\lambda R_1(R_1 + L)}$ .

3. Plusieurs personnes se trouvent à l'intérieur de l'igloo et dégagent une puissance thermique  $\mathcal{P} = 300 \text{ W}$ . On donne  $T_{ext} = -40^\circ\text{C}$ ,  $T_{sol} = -20^\circ\text{C}$ ,  $R_{sol} = 1,3 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$  (résistance thermique du sol) et  $R_{igloo} = 0,15 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$  (résistance thermique de l'igloo). Calculer la température intérieure de l'igloo en régime stationnaire.

Réponse:  $T_{igloo} = 277 \text{ K}$

## XI. Evolution isochore

On donne pour l'eau les valeurs suivantes:

$T$	$P_{sat}$	$v_l$	$h_l$	$s_l$	$v_v$	$h_v$	$s_v$
$K$	$bar$	$m^3/kg$	$kJ/kg$	$kJ/kg/K$	$m^3/kg$	$kJ/kg$	$kJ/kg/K$
353	0,474	$1,029 \cdot 10^{-3}$	334,9	1,075	3,407	2644	7,612
388	1,69	$1,056 \cdot 10^{-3}$	482,5	1,473	1,037	2699	7,183

La température du point critique de l'eau est  $T_c = 647 \text{ K}$ . Un récipient fermé et indilatable de volume  $V = 1,000 \text{ m}^3$  contient une masse  $m = 1,00 \text{ kg}$  d'eau à la température initiale  $T_1 = 353 \text{ K}$ .

1. Justifier du fait que, dans ces conditions, le système est diphasé. Calculer les titres massiques des deux phases pour cette température  $T_1$ .

2. En appliquant le modèle du gaz parfait à la phase vapeur et en négligeant le volume de la phase liquide, calculer la pression d'équilibre. Comparer à la valeur tabulée. Calculer l'enthalpie de vaporisation à la température  $T_1$ . Données: masse molaire de l'eau:  $M = 18 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$ , constante des GP:  $R = 8,3 \text{ SI}$ .

3. On met le récipient en contact avec un thermostat à la température  $T_2 = 388 \text{ K}$ .

3.a. Quel est l'état final du système ? On calculera les nouvelles valeurs des titres massiques.

3.b. Représenter la transformation dans le diagramme de Clapeyron ( $P, V$ ).

3.c. Faire le bilan d'énergie : calculer  $\Delta H$ ,  $\Delta U$  et  $Q$  relatifs à cette transformation.

3.d. Calculer l'entropie créée et conclure.

Réponses: 1-  $x_v = 0,29$  3a-  $x_v = 0,96$  3c-  $\Delta H = 1600 \text{ kJ}$ ,  $\Delta U = 1490 \text{ kJ}$  3d-  $S_c = 0,15 \text{ kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$

## XII. Conduction thermique d'un métal

On donne les caractéristiques physiques de l'aluminium et du cuivre:

Métal	Masse molaire	Masse volumique	Capacité thermique	Conductivité thermique
Cuivre	$63,5 \text{ g.mol}^{-1}$	$9,0.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$	$385 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$	$401 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$
Aluminium	$27 \text{ g.mol}^{-1}$	$2,7.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$	$897 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$	$237 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$

1. Ces données sont-elles en accord avec la loi de Dulong et Petit qui stipule que les capacités thermiques molaires des solides sont proches de  $3R$  avec  $R = 8,14 \text{ SI}$ , constante des gaz parfaits ?

2. Une barre cylindrique, calorifugée sur sa surface latérale, de longueur  $L = 1 \text{ m}$  et de rayon  $a = 1,5 \text{ cm}$ , est mise en contact thermique à une extrémité avec un bain d'eau bouillante et à l'autre extrémité avec un bain d'eau glacée (eau + glace). En régime stationnaire la quantité de glace qui fond dans le bain d'eau glacée, par unité de temps est  $q = 5 \text{ g.min}^{-1}$ .

2.a. Estimer l'ordre de grandeur de la durée d'établissement du régime stationnaire dans la barre.

2.b. On donne la chaleur latente de fusion de la glace  $l = 350 \text{ kJ.kg}^{-1}$  à pression atmosphérique. Déduire de cette expérience, la valeur numérique de la conductivité thermique du matériau et en déduire la constitution de la barre utilisée.

2.c. Quelle serait la valeur de  $q$  si la barre avait la même géométrie mais était en aluminium ?

Réponses :  $\frac{C_p M}{3R} \approx 1$ ,  $\tau = \frac{L^2}{D} = 10^4 \text{ s}$ , barre en cuivre,  $q_{Al} = 3 \text{ g.min}^{-1}$ .

## XIII. Atmosphère isotherme

On souhaite étudier le modèle de l'atmosphère isotherme de température  $T$ . L'air est considéré parfait et placé dans le champ de pesanteur terrestre  $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ . On donne le coefficient de diffusion  $D$  dans le gaz et  $P = n^* k_B T$  où  $n^*$  est la densité volumique de particules.

1. Déterminer l'expression de  $n^*(z)$  en fonction de  $n^*(z=0)$ ,  $k_B$ ,  $T$  et  $m$ , la masse d'une particule.

2. Expliquer pourquoi il y a nécessairement un flux dirigé vers le haut et citer le phénomène physique à l'origine de ce flux.

Exprimer la vitesse moyenne  $\vec{u}$  des particules liée à ce phénomène (elles ont toutes la même vitesse dirigée vers le haut).

3. Expliquer pourquoi il y a nécessairement un flux dirigé vers le bas et citer le phénomène physique à l'origine de ce flux. Exprimer la vitesse moyenne due à ce flux en tenant compte du fait que l'atmosphère est à l'équilibre.

4. A cause des chocs entre les particules il existe une force de friction de la forme  $\vec{f} = -\alpha\vec{u}$ . Donner l'expression et la dimension de  $\alpha$ .

5. Cas du diazote à  $0^\circ\text{C}$ , on donne:  $M(N) = 14,0 \text{ g/mol}$ ,  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $D = 1,18.10^{-5} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ ,  $k_B = 1,4.10^{-23} \text{ SI}$ . Calculer  $u$  et  $\alpha$ .

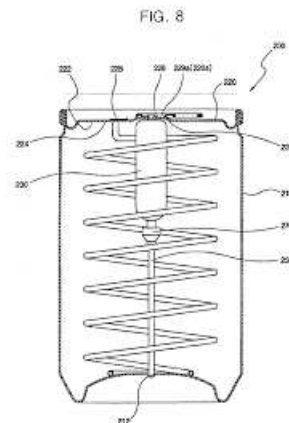
Réponses: 1-  $n^*(z) = n^*(0)e^{-mgz/k_B T}$  2-  $\vec{u} = \frac{mgD}{k_B T} \vec{e}_z$  4-  $\alpha = \frac{mg}{u} = \frac{k_B T}{D}$

## XIV. Refroidissement d'une canette

Une canette contient un jus de fruits que l'on veut refroidir grâce à un mécanisme présent dans la canette sous la forme d'un serpentin contenant de l'azote liquide (masse  $m = 50 \text{ g}$ ). L'azote se vaporise à l'ouverture de la canette et la refroidit.

1. Proposer un modèle et calculer la température atteinte par la boisson dans la canette.

2. Combien faudrait-il de masse de glaçon pour atteindre une telle température ? Commenter.



Données : enthalpie massique de vaporisation de l'azote:  $h_{vap}(N_2) = 190 \text{ kJ.kg}^{-1}$ , enthalpie massique de fusion de l'eau:  $h_{fus}(H_2O) = 334 \text{ kJ.kg}^{-1}$ , capacité thermique massique de l'eau  $c = 4180 \text{ J.kg}^{-1}.K^{-1}$ .

## XV. Origine du flux géothermique

La Terre, modélisée par une boule homogène de rayon  $R$ , renferme des éléments radioactifs de très longues périodes tels que  $U^{235}$ ,  $K^{40}$  et  $Th^{232}$ . Ces éléments radioactifs dégagent de la chaleur. On note  $q$  la densité volumique de puissance thermique dégagée par radioactivité,  $\rho$  la masse volumique de la Terre,  $\lambda$  sa conductivité thermique et  $c$  sa capacité thermique massique. Ces grandeurs sont supposées uniformes. La température de surface de la Terre est  $T_0$ .

Données :  $T_0 = 15^\circ C$ ,  $\lambda = 1 \text{ SI}$ ,  $R = 6400 \text{ km}$  et  $\vec{\text{grad}}T = \frac{dT}{dr} \vec{e}_r$ .

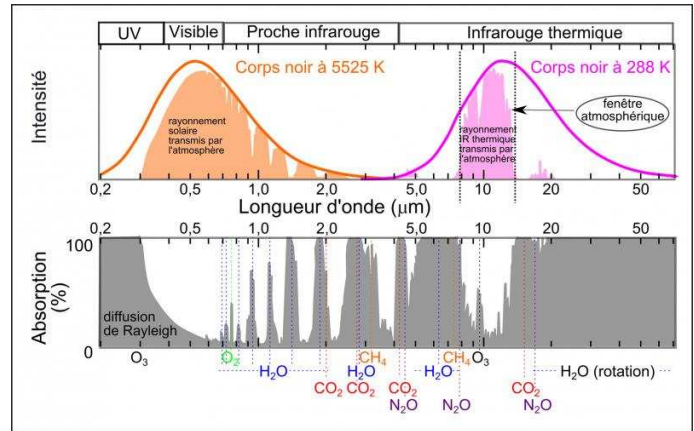
1. Quelle est la direction des lignes de courant thermique? En déduire l'expression de la puissance thermique  $P_{th}(r)$  qui traverse une sphère de rayon  $r < R$ .
2. En régime stationnaire, établir la relation entre  $q$  et  $P_{th}(r)$  à partir de la conservation de l'énergie appliquée à la sphère de rayon  $r$ .
3. En déduire  $T(r)$ .
4. Le flux géothermique en surface est  $\phi_s = 3.10^{10} \text{ kW}$ , déterminer  $q$ . Déterminer la température au centre de la Terre.

Réponses :  $T(r) = T_0 + \frac{(R^2 - r^2)q}{6\lambda}$ ,  $q = \frac{3\phi_s}{4\pi R^3}$

## XVI. L'effet de serre atmosphérique

On considère que le soleil et la terre se comportent comme des corps noirs de températures respectives  $T_s$  et  $T_0$ . Données :

- Rayon du soleil :  $R_s = 700\,000 \text{ km}$
- Rayon de la terre :  $R_T = 6400 \text{ km}$
- Distance terre-soleil :  $d = 150.10^6 \text{ km}$
- Constante de Stefan :  $\sigma = 5,67.10^{-8} \text{ W.m}^{-2}.K^{-4}$
- Constante de Wien :  $K = 2898 \mu\text{m.K}$ .



1. Quelques chiffres.

1.a. Exprimer la puissance totale rayonnée par le soleil  $P_s$  en fonction de  $\sigma$ ,  $T_s$  et  $R_s$ .

1.b. Exprimer la puissance totale reçue par la terre  $P_T$  en fonction de  $\sigma$ ,  $T_s$ ,  $R_s$ ,  $R_t$  et  $d$ . En déduire que la puissance surfacique du rayonnement émis par le soleil et reçue par la Terre s'écrit  $\phi_s = \sigma T_s^4 \frac{R_s^2}{4d^2}$ . Pour la suite on prend  $\phi_s = 348 \text{ W.m}^{-2}$ .

1.c. Sur les documents donnés dans l'introduction, identifiez les courbes donnant l'intensité du rayonnement émis par le soleil et par la Terre en fonction de la longueur d'onde. Vérifier que les courbes sont en accord avec la loi de Wien.

2. Dans un premier modèle où l'on ne tient pas compte de la présence de l'atmosphère, exprimer à l'équilibre thermique, la température  $T_0$  en fonction de  $\phi_s$  et  $\sigma$ . Faire l'AN et comparer à la valeur de  $T_0$  lue sur les courbes de l'introduction. Donnée:  $T_s = 5525 \text{ K}$ .

3. En réalité le rayonnement émis par la terre est piégé par l'atmosphère et constitue ce qu'on appelle l'effet de serre. L'atmosphère laisse passer le rayonnement solaire qui est transparente dans le visible mais absorbe l'infrarouge. On peut considérer l'atmosphère comme un corps noir qui émet dans l'infrarouge. Déterminer la température de surface de la terre  $T_1$  en tenant compte de l'atmosphère. Conclure.

4. En vous aidant du document donné dans l'introduction, comment pourrait-on améliorer le modèle ? Pourquoi le rejet par les activités humaines de méthane et de CFC dont la bande d'absorption est dans l'intervalle  $8 - 12 \mu\text{m}$  doit-il être limité au maximum ?

Réponses: 2-  $T_0 = (\frac{\phi_s}{\sigma})^{1/4}$  3-  $T_1 = (\frac{2\phi_s}{\sigma})^{1/4}$