

Révisions d'électromagnétisme

I. Puissance d'un laser

Je choisis d'écrire l'OPPH polarisée selon Oy et se propageant selon Ox sous la forme $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{e}_y$.

$$\text{On a } \vec{B} = \frac{\vec{e}_x \wedge \vec{E}}{c} = \frac{E_0}{c} \cos(\omega t - kx) \vec{e}_z.$$

$$\text{On en déduit le vecteur de Poynting } \vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \cos^2(\omega t - kx) \vec{e}_x.$$

La puissance du laser est égale au flux de la valeur moyenne du vecteur de Poynting à travers la section S , on a $P = \langle \|\vec{R}\| \rangle S = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} S$.

$$\text{On a donc } E_0 = \sqrt{\frac{2\mu_0 c P}{S}} = 1,07.10^3 \text{ V/m.}$$

II. Induction

Dans cet exercice, le fil parcouru par un courant I crée un champ magnétique \vec{B} en tout point de l'espace. Le flux de ce champ magnétique à travers le cadre dépend du temps car le cadre est en mouvement, il y a donc un phénomène d'induction avec l'apparition d'une fem induite dans le cadre qui suit la loi de Faraday $e = -\frac{d\phi}{dt}$.

Dans un premier temps, je cherche le champ magnétique créé par le fil en appliquant le théorème d'Ampère: M appartient au plan de symétrie $P^+(M, \vec{e}_r, \vec{e}_z)$ donc le champ magnétique est perpendiculaire à ce plan, il est selon \vec{e}_θ .

Il y a invariance par rotation et par translation selon Oz donc B ne dépend que de r .

$$\text{On a donc } \vec{B} = B(r) \vec{e}_\theta.$$

Je prends pour contour d'Ampère une ligne de champ magnétique soit un cercle de rayon r centré sur le fil et orienté par \vec{e}_z soit $C = \oint B(r) \vec{e}_\theta dl \vec{e}_\theta = B(r) 2\pi r$.

$$\text{On a appliqué le théorème d'Ampère: } C = B(r) 2\pi r = \mu_0 I_{\text{entlacs}} = \mu_0 I \text{ soit } \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta.$$

On cherche le flux de ce champ magnétique dans le cadre: Pour un point M dans le cadre, r est l'équivalent de x et $\vec{e}_\theta = \vec{e}_y$.

$$\iint B(x) \vec{e}_y dS \vec{e}_y = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \int_x^{x+a} \frac{dx}{x} \int_0^a dy = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln\left(\frac{x+a}{x}\right) = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln\left(\frac{x(t)+a}{x(t)}\right).$$

On applique la loi de Faraday:

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\mu_0 I a}{2\pi} \left(\frac{\dot{x}}{x+a} - \frac{\dot{x}}{x} \right) = -\frac{\mu_0 I a v}{2\pi} \left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x} \right) = \frac{\mu_0 I a^2 v}{2\pi(x+a)x}.$$