Révisions d'optique

I. Prisme

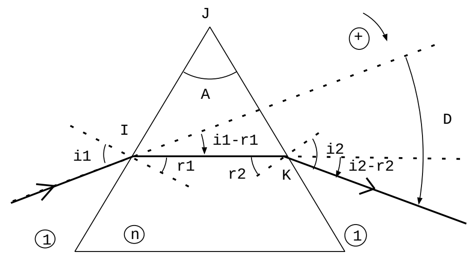
1. Lois de Descartes sur le premier dioptre : $\sin i_1 = n \sin r_1$

Lois de Descartes sur le second dioptre : $\sin i_2 = n \sin r_2$

Sur le second dioptre, le rayon entre dans un milieu moins réfringent, il s'écarte de la normale, il peut y avoir réflexion totale.

2. Dans le triangle IJK, la somme des angles vaut π soit $\pi = A + \frac{\pi}{2} - r_1 + \frac{\pi}{2} - r_2$ d'où $A = r_1 + r_2$.

On trouve l'angle de déviation en procédant par des rotations: le rayon tourne d'un angle $i_1 - r_1$ sur le premier dioptre et d'un angle $i_2 - r_2$ sur le second dioptre, on a donc $D = i_1 - r_1 + i_2 - r_2 = i_1 + i_2 - A$.



3. AN : $r_1 = \arcsin(\frac{\sin i_1}{n}) = 28,6^0$

$r_2 = A - r_1 = 31,4^0$

$i_2 = \arcsin(n \sin r_2) = 56,5^0$

$D = i_1 + i_2 - A = 46,5^0$.

4. Pour $i_1 = i_2$, on a $r_1 = r_2$ (d'après les lois de Descartes).

On en déduit alors que $r_1 = r_2 = \frac{A}{2}$ puisque $A = r_1 + r_2$ et $r_1 = r_2$.

On en déduit également que $i_1 = i_2 = \frac{D_m + A}{2}$ car $D = i_1 + i_2 - A$ et $i_1 = i_2$.

On remplace dans la loi de Descartes : $\sin i_1 = n \sin r_1$, on a alors $\sin(\frac{D_m + A}{2}) = n \sin(\frac{A}{2})$.

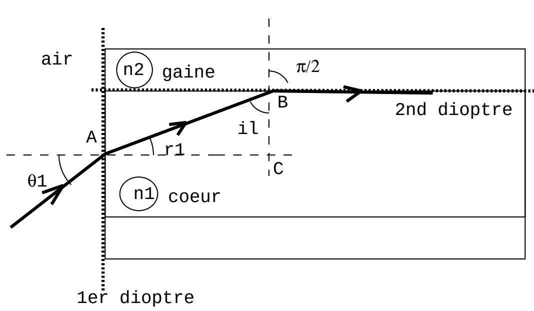
II. Fibre optique

1. Quand le rayon rentre dans un milieu plus réfringent, il se rapproche de la normale.

Quand il rentre dans un milieu moins réfringent, $n_2 < n_1$, il s'écarte de la normale et il peut y a voir réflexion totale. A la limite de la réflexion totale on a $n_1 \sin i_{1l} = n_2 \sin \pi/2 = n_2$ soit $i_{1l} = \arcsin(\frac{n_2}{n_1})$ et la réflexion totale se produit pour $i_1 > i_{1l}$.

2.

2.a.



Loi de Descartes sur le premier dioptre $\sin \theta_l = n_1 \sin r_l$

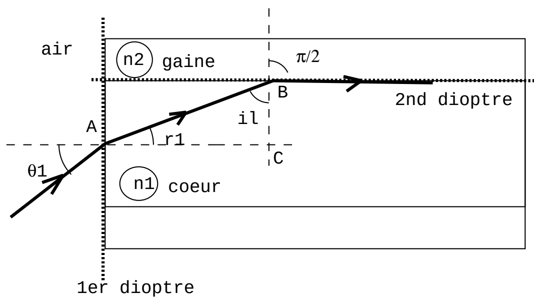
Loi de Descartes sur le second dioptre $n_1 \sin i_l = n_2 \sin \pi/2 = n_2$.

Dans le triangle ABC, la somme des angles est de π. On a donc $r + i + \pi/2 = \pi$ ou encore $r + i = \pi/2$.

On a donc $\sin \theta_l = n_1 \sin r_l = n_1 \sin(\pi/2 - i_l) = n_1 \cos i_l = n_1 \sqrt{1 - \sin^2 i_l} = n_1 \sqrt{1 - (\frac{n_2}{n_1})^2} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$.

2.b. Pour $\theta < \theta_l$ on a $r < r_l$ et donc $i > i_l$: il y a réflexion totale.

2.c. Le rayon qui suit le plus court chemin est celui qui arrive sous incidence normale $\theta = 0$. Il parcourt la distance L à la vitesse $v = c/n_1$, son temps de parcours est donc $t_{min} = \dfrac{L}{v} = \dfrac{n_1 L}{c}$.



Le rayon qui suit le plus long chemin est celui qui arrive sous l'angle θ_0. Il parcourt la distance $L' = \dfrac{L}{\cos r_0} = \dfrac{L}{\sqrt{1-\sin^2 r_0}} = \dfrac{L}{\sqrt{1-(\frac{\sin\theta_0}{n_1})^2}}$ à la vitesse $v = c/n_1$, son temps de parcours est donc $t_{max} = \dfrac{L'}{v} = \dfrac{n_1 L}{c\sqrt{1-(\frac{\sin\theta_0}{n_1})^2}}$.

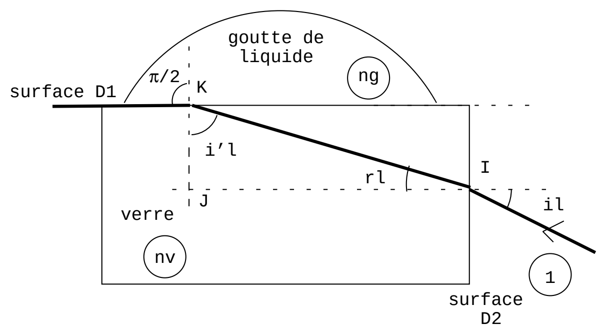
Cela veut dire qu'un signal qui part à l'instant $t = 0$, arrive entre les instants t_{min} et t_{max}, le signal qui part à l'instant T arrive entre les instants $T + t_{min}$ et $T + t_{max}$. Pour que les signaux ne soient pas brouillés il faut que $T + t_{min} > t_{max}$ soit $T > t_{max} - t_{min} = \Delta t$.

III. Détermination d'un indice

Sur le premier dioptre, le rayon rentre dans un milieu plus réfringent, il se rapproche de la normale, on a $\sin i = n_v \sin r$.

La somme des angles dans le triangle IJK vaut π donc $i' + r = \pi/2$.

Sur le second dioptre, le rayon rentre dans un milieu moins réfringent, il s'écarte de la normale, on a $n_v \sin i' = n_g \sin r'$.



Sur le second dioptre il peut y avoir réflexion totale, on se place à l'angle limite: $r'_l = \pi/2$ soit $\sin i'_l = \dfrac{n_g}{n_v}$ et $r_l = \pi/2 - i'_l$ donc $\sin i_l = n_v \sin r_l = n_v \sin(\pi/2 - i'_l) = n_v \cos i'_l = n_v\sqrt{1-\sin^2 i'_l} = n_v\sqrt{1-(\dfrac{n_g}{n_v})^2} = \sqrt{n_v^2 - n_g^2}$.

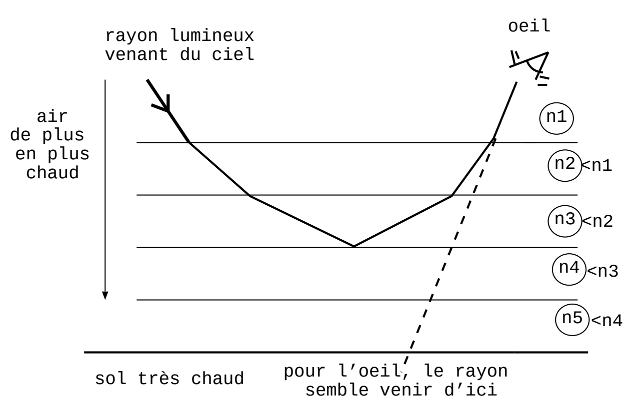
Pour $i' > i'_l$, il y a réflexion totale, soit pour $r < r_l$ et donc pour $i < i_l$.

Donc pour que le rayon entre dans la goutte, il faut $i < i_l$.

AN: $\sin^2 i_l = n_v^2 - n_g^2$ soit $n_g = \sqrt{n_v^2 - \sin^2 i_l} = 1,42$.

IV. Mirage

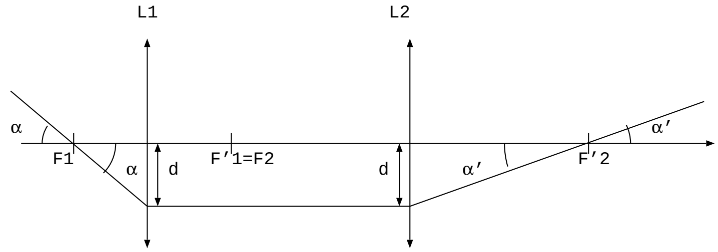
Quand la température augmente, l'air est moins dense et l'indice diminue. On a donc $n_1 > n_2 > n_3$.... Le vecteur $\overrightarrow{grad n}$ est dirigé des faibles vers les forts indices soit il est dirigé vers le haut. Sur le dioptre $n_1 - n_2$, le rayon rentre dans un milieu moins réfringent, il s'écarte de la normale. Ainsi le rayon s'écarte de la normale sur chaque dioptre et arrive un moment où il est totalement réfléchi, il repart vers le haut.



L'oeil voit arriver un rayon qui vient du ciel mais qui semble venir du sol. L'oeil voit donc du ciel sur le sol, le cerveau interprète en pensant voir de l'eau sur le sol.

V. **Viseur**

1. Le système est afocal donc un objet à l'infini pour L_1a son image à l'infini par L_2 donc $F_1' = F_2$ soit $d = f_1' + f_2'$.



On a $\tan\alpha = \dfrac{d}{f_1'} \approx \alpha$ et $\tan\alpha' = \dfrac{d}{f_2'} \approx \alpha'$ et $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha} = \dfrac{f_1'}{f_2'}$.

2. **2.a.** L'objet AB a pour image $A'B'$ par L_1: $\dfrac{1}{\overline{O_1A'}} - \dfrac{1}{\overline{O_1A}} = \dfrac{1}{f_1'}$ soit $\overrightarrow{O_1A'} = \dfrac{f_1'\overline{O_1A}}{f_1' + \overline{O_1A}} = +20\ cm$ avec $\overline{O_1A} = -20\ cm$.

Pour que l'oeil n'accomode pas, il fait que $A'B'$ soit dans le plan focal objet de L_2 soit $A' = F_2$ et donc $D = \overline{O_1A} + \overline{AO_2} = \overline{O_1A} + f_2' = 22\ cm$.

2.b. On a $\gamma_1 = \frac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}} = -1$ soit $\overline{A'B'} = -\overline{AB}$.

On a $\tan\alpha' = \dfrac{-\overline{A'B'}}{f_2'} = \dfrac{\overline{AB}}{f_2'} \approx \alpha'$ soit $P = \dfrac{\alpha'}{\overline{AB}} = \dfrac{1}{f_2'} = 50\ \delta$.

VI. **Mesure de l'indice d'un film alimentaire**

1. Le michelson est réglé en lame d'air, on utilise donc en entrée du Michelson une lentille de courte focale qui permet de faire converger les rayons sur les miroirs et en sortie une lentille de grande focale telle que l'écran se trouve dans le plan focal image de cette lentille.

Les franges sont circulaires.

2. Au contact optique, l'épaisseur e de la lame d'air est nulle donc on observe un seul anneau brillant blanc sur l'écran.

Quand on place sur l'un des bras du Michelson un film qui se comporte comme une lame à faces parallèles d'épaisseur d et d'indice n, on introduit une différence de marche entre les rayons qui sont réfléchis sur M_1 et M_2 soit $\delta = 2d(n-1)$.

Soit un ordre d'interférences $p = \dfrac{2d(n-1)}{\lambda}$. En lumière blanche, certaines longueurs d'onde donnent des franges brillantes pour p entier et d'autres longueurs d'onde donnent des franges sombres pour p demi entier.

Dans le spectre on observe des cannelures qui correspondent à des franges sombres: par exemple pour $\lambda_1 = 500\ nm$ et $\lambda_2 = 700\ nm$ on a une cannelure et entre ces deux cannelures, on a 8 cannelures donc $|p(\lambda_1 = 500\ nm) - p(\lambda_2 = 700\ nm)| = 9 = 2(n-1)d(\dfrac{1}{\lambda_1} - \dfrac{1}{\lambda_2})$ donc $d = \dfrac{9}{2(n-1)(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2})} = 15,8\ \mu m$.

VII. **Mesure de l'indice de l'air**

1. $\delta(O) = 2e$ au centre de l'écran où e est l'épaisseur de la lame d'air (la laser n'éclaire que le centre de l'écran).

2. A $t = 0$ l'intensité est maximale, on est sur une frange brillante. Puis lorsqu'on vide la cuve, on voit l'intensité au centre s'annuler puis redevenir maximale... on voit passer 13 franges brillantes et une fois la cuve vidée, on se trouve entre une frange brillante et une frange sombre. L'ordre d'interférences a varié de $13,75$ en vidant la cuve.

avec avant de vider la cuve: $p = \dfrac{2e}{\lambda}$

après avoir vidé la cuve: $p' = \dfrac{2e}{\lambda} + 2l(n_0 - 1)$ (sur un des bras du Michelson la lumière traverse 2 fois la cuve de longueur l et d'indice 1 et sur l'autre bras, la lumière traverse deux fois une longueur l d'indice n_0.

On a donc $p' - p = \dfrac{2l(n_0-1)}{\lambda} = 13,75$ soit $n_0 - 1 = \dfrac{13,75\lambda}{2l} = 2,7.10^{-4}$.

VIII. **Anneaux**

1.

2. On a $p = \dfrac{2e\cos i_p}{\lambda} = p_0(1 - \dfrac{i_p^2}{2})$ avec $p_0 = \dfrac{2e}{\lambda}$.

Puis $\tan i_p = \dfrac{r_p}{f'} \approx i_p$

On a donc $p = p_0(1 - \dfrac{r_p^2}{2f'^2})$.

Le premier anneau brillant a pour ordre d'interférence p_1 non connu, le sixième anneau brillant a pour ordre d'interférences p_6 non connu mais on sait que $p_6 = p_1 - 5$ (l'ordre diminue quand on s'éloigne du centre) donc on a $p_1 - p_6 = 5 = p_0((1 - \dfrac{r_1^2}{2f'^2}) - (1 - \dfrac{r_6^2}{2f'^2})) = \dfrac{p_0(r_6^2 - r_1^2)}{2f'^2}$, on en déduit p_0 puis $e = \dfrac{p_0\lambda}{2} = \dfrac{5\lambda f'^2}{r_6^2 - r_1^2}$.

3. Le Michelson est réglé en lame d'air donc on observe des franges circulaires. Chaque longueur d'onde donne son propre système de franges et on observe à l'écran la superposition des deux systèmes de franges obtenues pour λ_1 et λ_2 car les ondes de longueurs d'onde différentes ne sont pas cohérentes entre elles.

Lorsque les franges brillantes du système de franges correspondant à λ_1 (soit p_{λ_1} entier) se superposent aux franges sombres du système de franges correspondant à λ_2 (soit p_{λ_2} demi entier), l'écran est uniformément éclairé, le contraste est nul on dit qu'il y a brouillage.

Le brouillage s'obtient pour $p_{\lambda_1} - p_{\lambda_2}$ est un demi entier avec $p_\lambda = \dfrac{2e\cos i}{\lambda} \approx \dfrac{2e}{\lambda}$ car i petit donc $\cos i \approx 1$ d'où $p_{\lambda_1} - p_{\lambda_2} = \dfrac{2e_k}{\lambda_1} - \dfrac{2e_k}{\lambda_2} = k + \dfrac{1}{2}$ (k entier positif car $\lambda_1 < \lambda_2$ donc ici $\frac{1}{\lambda_1} > \frac{1}{\lambda_2}$).

Entre deux brouillages, e varie de $e_{k+1} - e_k = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)}$.

Ici on a un premier brouillage pour $x = 5,78\ mm$, puis $x' = 6,08\ mm$ et $x'' = 6,36\ mm$. Ainsi $\Delta e = \dfrac{6,36 - 5,78}{2} = 0,29\ mm$ avec $\Delta e = \dfrac{\lambda_1\lambda_2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} \approx \dfrac{\lambda_1^2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)}$ qui donne $\lambda_2 - \lambda_1 \approx 0,6\ nm$.

IX. **Franges rectilignes**

X. **Réseau**

1. Voir cours.

2. La formule des réseaux s'écrit $\sin i_p - \sin i_0 = \dfrac{p\lambda}{a}$ avec les angles orientés repérés par rapport à la normale.

Ici on a $i_0 = -\pi/4$ et $i_p = +\pi/4$ soit $2\sin\pi/4 = \sqrt{2} = p\dfrac{\lambda}{a}$.

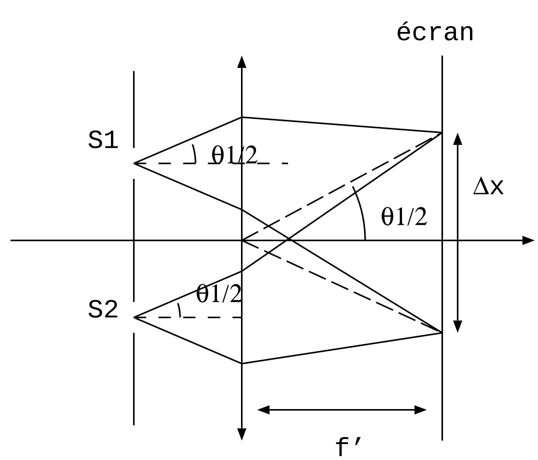
On a $p = \dfrac{a\sqrt{2}}{\lambda}$ avec $400\ nm < \lambda < 750\ nm$ soit $1,54 < p < 2,9$ donc $p = 2$ est le seul ordre visible. Pour $p = 2$ on a $\lambda = \dfrac{a\sqrt{2}}{p} = 580\ nm$.

XI. **Fentes d'Young**

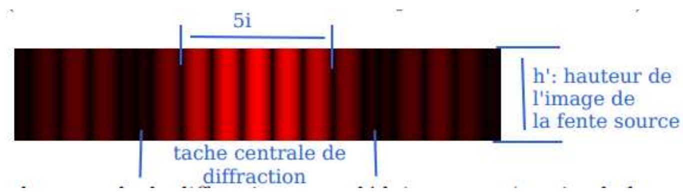
1. Voir cours dispositif de Fraunhofer: $\delta(M) = \dfrac{ax}{f_2'}$ et $i = \dfrac{\lambda f_2'}{a}$ (à savoir montrer).

2. La tache centrale a pour largeur Δx avec:

$\tan\theta_{1/2} = \dfrac{\Delta x/2}{f_2'} \approx \theta_{1/2}$ soit $\Delta x = 2f_2'\theta_{1/2} = 2f_2'\dfrac{\lambda}{b}$ car $\theta_{1/2} = \dfrac{\lambda}{b}$: plus la fente est étroite et plus ça diffracte.

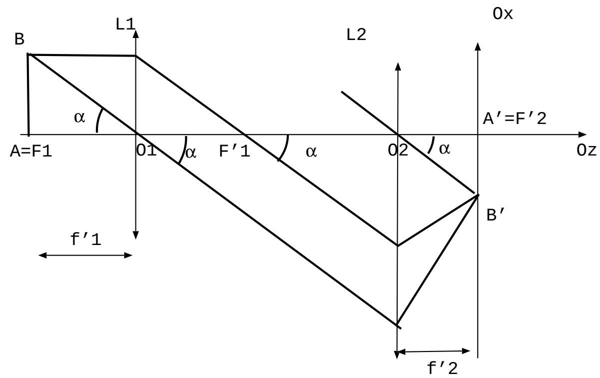


On mesure la largeur de la tache centrale de diffraction et on en déduit b par $b = \dfrac{2\lambda f_2'}{\Delta x}$. AN: $\Delta x \approx 3,2\ cm$, $b \approx 20\ \mu m$.



3. On mesure $5i = 2\ cm$ soit $i = 4\ mm$. On applique $i = \dfrac{\lambda f_2'}{a}$ donc $a = \dfrac{\lambda f_2'}{i}$. AN: $a \approx 80\ \mu m$.

4.



$\tan\alpha = \dfrac{AB}{f_1'} = \dfrac{A'B'}{f_2'}$ soit $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{f_2'}{f_1'}$.

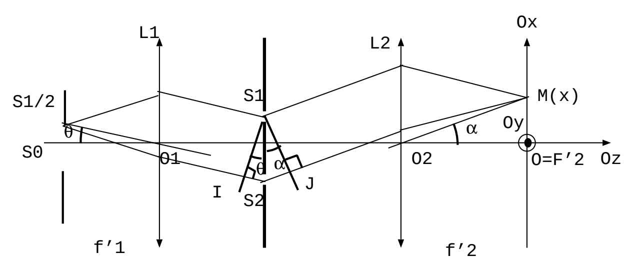
On mesure sur la photo $h' = 1,2\ cm$ et on sait que $\dfrac{h'}{h} = \dfrac{f_2'}{f_1'}$ donc $h = \dfrac{h'f_1'}{f_2'}$. AN: $h = 0,48\ cm$.

5. Lorsqu'on augmente la largeur de la fente source S, c'est comme si l'on rajoute des points sources S. Ces sources ne sont pas cohérentes entre elles et donc on observe à l'écran la superposition d'une multitude de système de franges. Lorsque $|p_{S_{1/2}} - p_{S_0}| > \dfrac{1}{2}$, la superposition de tous ces systèmes de franges conduit à un brouillage.

On a $\delta_{S_0}(M) = \dfrac{ax}{f_2'}$.

On a $\delta_{S_{1/2}}(M) = (S_{1/2}I) + (IS_2) + (S_2J) + (JM) - (S_{1/2}S_1) - (S_1M) = IS_2 + S_2J = a\theta + a\alpha = \dfrac{ad/2}{f_1'} + \dfrac{ax}{f_2'}$

M se comporte comme une source par principe de retour inverse de la lumière et entre une source et une surface d'onde le chemin optique est constant donc $(S_{1/2}S_1) = (S_{1/2}I)$ et $(S_1M) = (JM)$.



On a $p_{S_0} = \dfrac{ax}{f_2'\lambda}$ et $p_{S_{1/2}} = \dfrac{ax}{f_2'\lambda} + \dfrac{ad/2}{f_1'\lambda}$ ainsi $|p_{S_{1/2}} - p_{S_0}| = \dfrac{ad/2}{f_1'\lambda} < \dfrac{1}{2}$ pour $d < \dfrac{\lambda f_1'}{a} = 1,6\ mm$: valeurs de d pour lesquelles il n'y a pas brouillage.

XII. **Doublet du sodium**

1. Les maxima d'éclairement correspondent à des franges brillantes, soit $p(i=0) = k = \dfrac{2e}{\lambda_m}$ est un entier.

Les minima d'éclairement correspondent à des franges sombres, soit $p(i=0) = k + \dfrac{1}{2} = \dfrac{2e}{\lambda_m}$ est un demi entier.

Un des miroirs chariote à la vitesse v soit $e = vt + e_0$.

On mesure sur la courbe 1 la période $T = \frac{4,1-0,5}{20} = 0,18\ s$ des franges brillantes ou sombres. On a $p(i=0) = k = \dfrac{2(vt_k + e_0)}{\lambda_m}$ soit $t_k = k\dfrac{\lambda_m}{2v} - \dfrac{e_0}{v}$. La période est $T = t_{k+1} - t_k = \dfrac{\lambda_m}{2v}$ d'où $\lambda_m = 2vT = 594\,nm$.

2. On observe un phénomène de brouillage périodique lié au doublet. Chaque longueur d'onde donne son propre système de franges, les franges des systèmes se superposent car les sources de longueurs d'onde différentes ne sont pas cohérentes. Il y a brouillage lorsque les franges brillantes d'une source se superposent aux franges sombres de l'autre source soit $p_{\lambda_1} = \dfrac{2e}{\lambda_1}$ est un entier et $p_{\lambda_2} = \dfrac{2e}{\lambda_2}$ est un demi entier. On a donc $p_{\lambda_1} - p_{\lambda_2} = \dfrac{2e_k(\lambda_2 - \lambda_1)}{\lambda_2\lambda_1} = k + \dfrac{1}{2}$ d'où $e_k = (k+\dfrac{1}{2})\dfrac{\lambda_2\lambda_1}{2(\lambda_2-\lambda_1)} = vt_k + e_0$. On a donc $t_k = (k+\dfrac{1}{2})\dfrac{\lambda_2\lambda_1}{2(\lambda_2-\lambda_1)v} - \dfrac{e_0}{v}$. On en déduit la période des brouillages $T_b = t_{k+1} - t_k = \dfrac{\lambda_2\lambda_1}{2(\lambda_2-\lambda_1)v} = \dfrac{\lambda_m^2}{2\Delta\lambda v}$ d'où $\Delta\lambda = \dfrac{\lambda_m^2}{2T_b v} = 6,3.10^{-10}\ m$ avec $T_b = \dfrac{740-201}{3} = 177\ s$.