

# Révisions de thermodynamique

## I. Mélange liquide glace

L'état initial:

eau liquide de masse  $M + m_1 = 220 \text{ g}$  à la température  $t_1 = 25^\circ\text{C}$

eau glace de masse  $m_2 = 10 \text{ g}$  à la température  $t_2 = -5^\circ\text{C}$

L'état final:

eau liquide de masse  $M + m_1 + m_2$  à la température  $t_f = 20,4^\circ\text{C}$

Soit le système composé de l'eau liquide de masse  $M + m_1$ : ce système a subi une variation de température soit  $\Delta H_l = (M + m_1)c_l(t_f - t_1)$

Soit le système composé du glaçon, il a subi un réchauffement jusqu'à la température de fusion  $t_{fus} = 0^\circ\text{C}$  où il a fondu puis la masse de glaçon fondue s'est réchauffée jusqu'à  $t_f$ :  $\Delta H_g = m_2(c_s(t_{fus} - t_2) + h_{fus} + c_l(t_f - t_{fus}))$ .

L'ensemble eau+glace+calorimètre est calorifugé, donc il n'échange pas de transfert thermique avec le milieu extérieur soit:  $\Delta H_l + \Delta H_g = Q = 0$ .

On a donc  $(M + m_1)c_l(t_f - t_1) + m_2(c_s(t_{fus} - t_2) + h_{fus} + c_l(t_f - t_{fus})) = 0$ . On en déduit la chaleur latente (aussi appelée enthalpie de fusion) de la glace:  $h_{fus} = \frac{-(M + m_1)c_l(t_f - t_1)}{m_2} - c_s(t_{fus} - t_2) - c_l(t_f - t_{fus}) = 330 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

On applique le second principe au système eau+calorimètre+glace:  $\Delta S_l + \Delta S_g = S_e + S_c$

L'entropie échangée est nulle car le transfert thermique échangé avec le milieu extérieur est nul, on a donc  $S_c = \Delta S_l + \Delta S_g$ .

avec  $\Delta S_l = \int_{t_1}^{t_f} (M + m_1)c_l \frac{dT}{T} = (M + m_1)c_l \ln\left(\frac{t_f}{t_1}\right) = -14,3 \text{ J.K}^{-1}$  (dans la fractions, mettre les températures en Kelvin).

avec  $\Delta S_g = \int_{t_2}^{t_{fus}} m_2 c_s \frac{dT}{T} + \frac{m_2 h_{fus}}{t_{fus}} + \int_{t_{fus}}^{t_f} m_2 c_l \frac{dT}{T} = m_2 \left( c_s \ln\left(\frac{t_{fus}}{t_2}\right) + \frac{h_{fus}}{t_{fus}} + c_l \ln\left(\frac{t_f}{t_{fus}}\right) \right) = +15,5 \text{ J.K}^{-1}$

AN:  $S_c = 1,2 \text{ J.K}^{-1} > 0$ : la transformation est irréversible, effectivement elle se fait des fortes vers les faibles températures.

## II. Etat final dans un calorimètre

1. Le calorimètre possède une capacité thermique  $C$ , cela signifie que lorsque sa température varie de  $T_i$  à  $T_f$ , sa variation d'enthalpie s'écrit  $\Delta H = C(T_f - T_i)$ .

La valeur équivalente en eau du calorimètre c'est la masse d'eau  $m_e$  qui subit la même variation de température et qui a la même variation d'enthalpie soit  $\Delta H = m_e c_l (T_f - T_i) = C(T_f - T_i)$  soit  $m_e = \frac{C}{c_l} = 24 \text{ g}$ .

Remarque: on peut fait le raisonnement en disant que c'est la masse d'eau qui a la même capacité thermique que le calorimètre.

2. Dans l'état initial on a:

une masse  $m_1 + m_e$  d'eau liquide à la température  $t_1 = 15^\circ\text{C}$

une masse  $m_2$  de glaçon à la température  $t_2 = -20^\circ\text{C}$

Le système est calorifugé donc le transfert thermique apporté par l'eau liquide en se refroidissant sert à réchauffer puis à faire fondre le glaçon.

L'eau liquide peut se refroidir au maximum jusqu'à la température  $t_{fus} = 0^\circ\text{C}$ . Ainsi le transfert thermique apporté par l'eau liquide est au maximum  $\Delta H_{eau} = (C + m_1 c_l)(t_0 - t_1) = -13,4 \text{ kJ} < 0$ .

Le glaçon reçoit de l'énergie qui lui sert tout d'abord à se réchauffer jusqu'à la température  $t_{fus}$  soit  $\Delta H_{g1} = m_2 c_s (t_{fus} - t_1) = 3,36 \text{ kJ}$  puis à fondre entièrement:  $\Delta H_{g2} = m_2 h_{fus} = 26,64 \text{ kJ}$ .

L'eau liquide en se refroidissant apporte donc de l'énergie pour réchauffer le glaçon jusqu'à  $t_{fus} = 0^\circ\text{C}$  mais n'apporte pas assez d'énergie pour faire fondre tout le glaçon.

Ainsi dans l'état final il reste de la glace et l'état final est à  $t_{fus} = 0^0C$ :  $\Delta H_{tot} = m_2 c_s (t_{fus} - t_2) + m h_{fus} + (m_e + m_1) c_l (t_{fus} - t_1) = 0$  soit  $m = -\frac{m_2 c_s (t_0 - t_2) + (C + m_1 c_l) (t_0 - t_1)}{h_{fus}} = 29 \text{ g}$  où  $m$  est la masse de glace qui a fondu.

Il reste donc  $80 - 29 = 51 \text{ g}$  de glace et  $190 + 29 = 219 \text{ g}$  de liquide.

### III. Canette: problème ouvert

### IV. Compresseur à deux étages

1. On applique les lois de Laplace au GP qui subit une compression adiabatique réversible:  $P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$  soit  $T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{(1-\gamma)/\gamma} = T_1 a^{(\gamma-1)/\gamma} = 752 \text{ K}$ .

2. On applique le premier principe industriel:  $\Delta h + \Delta e_c + \Delta e_p = w_u + q$ , la compression est adiabatique  $q = 0$  et on néglige les variations d'énergie cinétique et d'énergie potentielle d'où  $w_u = c_p (T_2 - T_1) = 452 \text{ kJ.kg}^{-1} > 0$ : le compresseur fournit du travail utile au gaz.

On en déduit la puissance à fournir  $P_m = D_m w_u = 588 \text{ W}$ .

3. Dans le compresseur BP, on utilise les résultats précédents:  $T_i = T_1 \left(\frac{P_i}{P_1}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} = T_1 r^{(\gamma-1)/\gamma}$  et  $w_{gBP} = c_p (T_i - T_1) = c_p T_1 (r^{(\gamma-1)/\gamma} - 1)$ .

Dans le compresseur HP, on utilise les résultats précédents:  $T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_i}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} = T_1 \left(\frac{a}{r}\right)^{(\gamma-1)/\gamma}$  et  $w_{gHP} = c_p (T_2 - T_1) = c_p T_1 \left(\frac{a}{r}\right)^{(\gamma-1)/\gamma} - 1)$ .

D'où le travail utile total  $w_g = c_p T_1 (r^{(\gamma-1)/\gamma} + \frac{a}{r})^{(\gamma-1)/\gamma} - 2$ .

4. On cherche la valeur de  $r$  pour  $w_g$  minimum soit  $\frac{dw_g}{dr} = c_p T_1 \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} r^{-1/\gamma} - \frac{\gamma-1}{\gamma} a^{(\gamma-1)/\gamma} r^{-(1-2\gamma)/\gamma}\right) = 0$  pour  $r^{-1/\gamma} = a^{(\gamma-1)/\gamma} r^{(1-2\gamma)/\gamma}$  soit  $r^{(2\gamma-2)/\gamma} = a^{(\gamma-1)/\gamma}$  soit  $r = \sqrt{a} = 5$  et  $T_i = T_2 = 475 \text{ K}$  et  $w_g = 350 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

5. Le GP de débit massique  $D_m$  se refroidit et l'eau liquide de débit  $D_e$  se réchauffe. On applique le premier principe industriel au système (GP + eau) qui est calorifugée sans pièces mobiles soit  $D_m c_p (T_1 - T_i) + D_e c_e (T_f - T_0) = 0$ . On a donc  $D_e = D_m \frac{c_p}{c_e} \frac{T_1 - T_i}{T_f - T_0} \geq 5,44 \text{ kg.s}^{-1}$  pour  $T_f - T_0 \leq 10 \text{ K}$ .

### V. Congélateur

1.  $\Delta H = Q_p = m c_l (t_0 - t_1) - m l + m c_g (t_2 - t_0) = -455 \text{ kJ}$ .

2. La source froide est l'intérieur du congélateur. La variation de température de la source froide est  $\frac{t_1 - t_2}{t_1 + 273} = 0,13 \ll 1$ . On prend pour température de la source froide, la valeur moyenne de la température de l'eau  $T_f = \frac{t_1 + t_2}{2} + 273 = 274 \text{ K}$ .

3. L'efficacité du congélateur en fonctionnement réversible est  $e = \frac{T_f}{T_c - T_f} = 14,4$  où  $T_f = 274 \text{ K}$  (la source froide est l'intérieur du congélateur) et  $T_c = t_e + 273 = 293 \text{ K}$  (la source chaude est l'air extérieur). L'efficacité est définie par  $e = \frac{Q_f}{W}$  soit  $W = \frac{-\Delta H(\text{eau})}{e} = 31,6 \text{ kJ}$  et  $\tau = \frac{W_e}{P_e} = 632 \text{ s}$ .

### VI. Pompe à chaleur

1.  $\delta W > 0$ ,  $\delta Q_f > 0$ ,  $\delta Q_c < 0$ , le lac est la source froide sa température est constante, l'eau est la source chaude et sa température augmente.

2. Premier principe appliqué à la source chaude:  $dU_c = m c dT_c = -\delta Q_c$  soit  $Q_c = -m c (T_f - T_i) = -1,67.10^5 \text{ kJ}$ .

Second principe de la thermodynamique appliqué au fluide de la machine sur un cycle:  $\frac{\delta Q_c}{T_0} + \frac{\Delta Q_f}{T_f(t)} = 0$

soit  $\delta Q_f = -T_0 \frac{\Delta Q_c}{T_c(t)} = mcT_0 \frac{dT_c}{T_c(t)}$  soit en intégrant  $Q_f = mcT_0 \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = +1,50.10^5 \text{ kJ}$ .

Premier principe de la thermodynamique appliqué au fluide de la machine sur un cycle:  $\delta W + \delta Q_c + \delta Q_f =$  soit par intégration  $W = -Q_c - Q_f = 1,7.10^4 \text{ kJ}$ .

L'efficacité globale de la PAC est  $e = \frac{Q_c}{W} = 9,8$ .

## VII. Diffusion thermique dans un barreau

1. Le régime stationnaire est atteint puisque les températures se stabilisent.

L'équation de diffusion est de la forme  $\frac{\partial T}{\partial t} = D\Delta T$  qui donne par analyse dimensionnelle  $D = \frac{L^2}{\tau}$  avec d'après les courbes  $\tau = 10 \text{ min} = 600 \text{ s}$  et  $L = 20 \text{ cm}$  soit  $D = 3.10^{-4} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$ .

2. Il y a diffusion thermique dans le barreau selon  $+Ox$ , des fortes vers les faibles températures selon la loi de Fourier  $\vec{j}_Q = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}T} = -\lambda \frac{dT}{dx} \vec{e}_x$ .

En absence de création et de perte de chaleur dans le barreau et en régime stationnaire l'équation de diffusion s'écrit  $\Delta T = \frac{d^2T}{dx^2} = 0$  soit  $T(x) = Ax + B$  avec  $T(x=0) = T_1 = B$  et  $T(x=L) = T_2 = AL + T_1$  d'où  $T(x) = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{L}x$ .

On mesure d'après les courbes:

$x(\text{cm})$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$
$(T - T_i)(^\circ\text{C})$	35	31	26,5	22,5	18	14	10	6

La courbe donnant  $T - T_i$  en fonction de  $x$  est une droite de pente  $\frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{35 - 6}{-7,0,022} = -188 \text{ K.m}^{-1}$ .

La puissance  $P$  fournit par le dispositif en  $x = 0$  en régime stationnaire est égale à  $P = j_Q.S = -\lambda S \frac{\Delta T}{\Delta x}$ , on en déduit la conductivité thermique  $\lambda$  par  $\lambda = -\frac{P \Delta x}{S \Delta T} = 400 \text{ W.K}^{-1}.\text{m}^{-1}$ .

## VIII. Effet d'ailette par les balcons

1. Le balcon est le siège d'un phénomène de diffusion thermique des fortes vers les faibles températures selon la loi de Fourier:  $j_Q = -\lambda \frac{dT}{dz}$  et par des pertes d'énergie par conducto-convection qui suivent la loi de Newton  $j_{th} = h(T(z) - T_a)$ .

Soit le système élémentaire compris entre  $z$  et  $z + dz$ : il perd de la puissance thermique par conducto-convection par la surface latérale  $(2b + 2a)dz$  soit  $P_{p1} = j_{th}(2b + 2a)dz$  et par diffusion à travers la surface  $ab$  placée en  $z + dz$  soit  $P_{p2} = j_Q(z + dz)ab$ .

Il reçoit de la puissance par diffusion à travers la surface  $ab$  placée en  $z$  soit  $P_{p3} = j_Q(z)ab$ .

En régime stationnaire, la puissance reçue par le système est égale à la puissance qu'il reçoit soit  $P_{p1} + P_{p2} = P_{p3}$  soit  $ab(j_Q(z + dz) - j_Q(z)) + h(2a + 2b)dz(T(z) - T_a) = abdz \frac{dj_Q}{dz} + h(2a + 2b)dz(T(z) - T_a) = -\lambda abdz \frac{d^2T}{dz^2} + h(2a + 2b)dz(T(z) - T_a) = 0$  on a donc  $\frac{d^2T}{dz^2} - \frac{2h(a + b)}{\lambda ab}T(z) = -\frac{2h(a + b)}{\lambda ab}T_a$

En identifiant avec la forme de l'énoncé on a  $\delta = \sqrt{\frac{\lambda ab}{2h(a + b)}} \approx \sqrt{\frac{\lambda ab}{2hb}} \approx \sqrt{\frac{\lambda a}{2h}} = 7,6 \text{ cm}$  car  $b \gg a$  donc  $a + b \approx b$ .

2. Solution particulière:  $T_p = T_a$

Solution générale:  $T_g = Ae^{-z/\delta} + Be^{+z/\delta}$

Soit  $T(z) = Ae^{-z/\delta} + Be^{+z/\delta} + T_a$ . On trouve  $A$  et  $B$  avec les conditions aux limites:  $T(z=0) = T_0 = T_a + A + B$ . La dalle est supposée infinie donc le terme  $e^{+z/\delta}$  diverge, il faut donc prendre  $B = 0$  d'où  $A = T_0 - T_a$ .

On a donc  $T(z) = (T_0 - T_a)e^{-z/\delta} + T_a$ .

L'hypothèse dalle infinie est validée car pour  $z > 5\delta \approx 40 \text{ cm}$  la température est uniforme et égale à  $T_a$ .

Donc pour une dalle de longueur supérieure à 40 cm, la dalle peut être supposée infinie.

**3.** La dalle évacue de la puissance par conduction convection à travers ses parois latérales on a donc:

$dP = h(T(z) - T_a)(2a + 2b)dz \approx h(T_0 - T_a)e^{-z/\delta}2bdz$ : puissance évacuée par le bout de dalle compris entre  $z$  et  $z + dz$ .

Soit  $P = h(T_0 - T_a)2b \int_0^{+\infty} e^{-z/\delta} dz = h(T_0 - T_a)2b(-\delta)[e^{-z/\delta}]_0^{+\infty} = h(T_0 - T_a)2b\delta$ .

## IX. Igloo

**1.** Le vecteur densité de courant thermique s'écrit  $\vec{j}_{th}(r) = j_{th}(r)\vec{e}_r$ . Il est uniforme sur la demi sphère de rayon  $r$  donc  $\mathcal{P}(r) = j_{th}(r)2\pi r^2$ .

On considère le système élémentaire composé de glace et compris entre les demi sphères de rayons  $r > R_1$  et  $r + dr < R_2$ . En régime stationnaire, ce système a une température constante donc la puissance qu'il reçoit est égale à la puissance qu'il perd soit  $\mathcal{P}(r) = \mathcal{P}(r + dr)$  donc  $\mathcal{P}(r) = j_{th}(r)2\pi r^2$  ne dépend pas de  $r$ .

**2.** On applique la loi de Fourier:  $\vec{j}_{th} = -\lambda \frac{dT}{dr} \vec{e}_r$  donc  $\mathcal{P} = -\lambda \frac{dT}{dr} 2\pi r^2$  et  $\mathcal{P} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = -2\pi\lambda \int_{T_1}^{T_2} dT$  d'où  $\mathcal{P}(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}) = 2\pi\lambda(T_1 - T_2)$ .

La résistance thermique est définie par  $R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{\mathcal{P}} = \frac{R_2 - R_1}{2\pi\lambda R_1 R_2} = \frac{L}{2\pi\lambda R_1(R_1 + L)}$  avec  $R_2 = R_1 + L$ .

**3.** On considère ici le système composé de l'intérieur de l'igloo. En régime stationnaire, ce système a une température constante donc la puissance qu'il reçoit est égale à la puissance qu'il perd.

L'igloo reçoit la puissance thermique produite par les personnes soit  $\mathcal{P}_{recue} = \mathcal{P} = 300 W$ .

L'igloo perd de la puissance thermique par le sol et par la glace soit  $\mathcal{P}_{perdue} = \frac{T_{igloo} - T_{sol}}{R_{sol}} + \frac{T_{igloo} - T_{ext}}{R_{igloo}}$ .

On a donc  $\mathcal{P} = \frac{T_{igloo} - T_{sol}}{R_{sol}} + \frac{T_{igloo} - T_{ext}}{R_{igloo}}$ . On en déduit  $T_{igloo} = \frac{\mathcal{P} + \frac{T_{sol}}{R_{sol}} + \frac{T_{igloo}}{R_{igloo}}}{\frac{1}{R_{sol}} + \frac{1}{R_{igloo}}} = 277 K$ .

## X. Conduction thermique d'un métal

On donne les caractéristiques physiques de l'aluminium et du cuivre:

Métal	Masse molaire	Masse volumique	Capacité thermique	Conductivité thermique
Cuivre	63,5 g.mol <sup>-1</sup>	9,0.10 <sup>3</sup> kg.m <sup>-3</sup>	385 J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	401 W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>
Aluminium	27 g.mol <sup>-1</sup>	2,7.10 <sup>3</sup> kg.m <sup>-3</sup>	897 J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	237 W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>

**1.** L'énoncé donne les capacités thermiques en J.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>, ce sont des capacités thermiques massiques. Pour obtenir les capacités thermiques molaires il faut multiplier la capacité thermique massique par la masse molaire. La loi de Dulong et Petit prévoit donc que  $cM \approx 3R$ .

AN: cuivre:  $cM = 385.63,5.10^{-3} = 24,4 J.mo^{-1}.K^{-1} \approx 3R$

aluminium:  $cM = 897.27.10^{-3} = 24,2 J.mo^{-1}.K^{-1} \approx 3R$

**2.** Une barre de cuivre cylindrique, calorifugée sur sa surface latérale, de longueur  $L = 1 m$  et de rayon  $a$ , est mise en contact thermique à une extrémité avec un bain d'eau bouillante et à l'autre extrémité avec un bain d'eau glacée (eau + glace). En régime stationnaire la quantité de glace qui fond par unité de temps est  $q = 5 g.min^{-1}$ .

**2.a.** L'équation de diffusion thermique s'écrit  $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \Delta T$ . Une analyse dimensionnelle donne

$$\frac{T}{\tau} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{T}{L^2} \text{ soit } \tau = \frac{\rho c L^2}{\lambda}$$

AN: cuivre:  $\tau = \frac{9.10^3.385.1^2}{401} = 8640 s = 2 h 24 min$

aluminium:  $\tau = \frac{2,7.10^3.897.1^2}{237} = 10 200 s = 2 h 50 min$

**2.b.** En  $z = 0$  se trouve le bain d'eau bouillante, soit  $T(z = 0) = 373 K$ .

En  $z = L$ , se trouve le bain d'eau glacée, soit  $T(z = L) = 273 K$ .

Ainsi il y a diffusion thermique du chaud vers le froid (selon la loi de Fourier) soit selon  $+Oz$ . Ainsi le bain d'eau bouillante perd du transfert thermique et le bain d'eau glacée reçoit du transfert thermique donc la glace fond. On est en régime stationnaire car l'existence de deux phases simultanées (l'eau bouillante est composée de liquide et de vapeur, l'eau glacée est composée de solide et de liquide) se fait à température constante.

Ainsi la puissance reçue par l'eau glacée est  $P = j_Q(z=L)\pi a^2 = \frac{T(z=0)-T(z=L)}{R_{th}}$  et  $R_{th} = \frac{L}{\lambda\pi a^2}$ .

On a donc  $P = \frac{\lambda\pi a^2(T(z=0) - T(z=L))}{L}$ .

Cette puissance sert à faire fondre une masse de glace  $q$  par unité de temps soit  $P = h_{fus}q = \frac{\lambda\pi a^2(T(z=0) - T(z=L))}{L}$ .

AN:  $\lambda = \frac{qh_{fus}L}{\pi a^2(T(z=0) - T(z=L))} = \frac{5.10^{-3}/60.350.10^3.1}{\pi(1,5.10^{-2})^2 100} = 413 \text{ SI}$ : il s'agit donc d'un barreau en cuivre.

## XI. Atmosphère isotherme

1. Soit une particule fluide de volume  $d\tau$  dans l'atmosphère, elle est à l'équilibre sous l'action de son poids et de la force de pression  $-\overrightarrow{grad}P d\tau$ .

On a donc  $\rho d\tau \overrightarrow{g} - \overrightarrow{grad}P = \overrightarrow{0}$ . On projette sur  $Oz$ :  $-\rho d\tau g - \frac{dP}{dz} = 0$  avec  $\rho = n^*(z)m$  et  $P = n^*k_B T$ .

On a donc  $\frac{dn^*}{dz}k_B T = -n^*(z)mg$  ou encore  $\frac{dn^*}{dz} + \frac{mg}{k_B T}n^* = 0$ .

La solution donne  $n^*(z) = n^*(0)e^{-mgz/k_B T}$ .

2. Ainsi il y a plus de particules en bas qu'en haut et les particules diffusent des fortes vers les faibles concentrations donc elles montent.

On a d'après la loi de Fick  $\overrightarrow{j} = -D\frac{dn^*}{dz}\overrightarrow{e_z} = -D\frac{dn^*}{dz}\overrightarrow{e_z} + \frac{mgD}{k_B T}n^*(z)\overrightarrow{e_z}$  que l'on identifie à  $\overrightarrow{j} = n^*(z)\overrightarrow{u}$

soit  $\overrightarrow{u} = \frac{mgD}{k_B T}\overrightarrow{e_z}$ : vitesse d'autant plus grande que le coefficient de diffusion est grand, que la température est faible et que les particules sont lourdes.

3. En statique soit en régime stationnaire, le courant ascendant de particules est compensé par un courant montant, ces deux courants sont opposés donc les particules descendent avec une vitesse moyenne  $-\overrightarrow{u}\overrightarrow{e_z}$ .

4.  $[\alpha] = \left[\frac{F}{u}\right] = \frac{kg.m.s^{-2}}{m.s^{-1}} = kg.s^{-1}$ .

Les particules tombent sous l'action de leur poids et sont freinées par les collisions, en régime stationnaire, ces deux forces se compensent soit:

$-mg\overrightarrow{e_z} + \alpha u\overrightarrow{e_z} = \overrightarrow{0}$ , on a donc  $\alpha = \frac{mg}{u} = \frac{k_B T}{D}$ : le coefficient de friction est d'autant plus important que l'agitation thermique est grande ce qui est cohérent avec le fait que lorsque l'agitation thermique est grande, il y a beaucoup de chocs.

AN:  $u = 1,4.10^{-9} \text{ m.s}^{-1}$  et  $\alpha = 3,2.10^{-16} \text{ kg.s}^{-1}$ .

## XII. Détendeur

1. Détente de Joule Thomson (pas de pièce mobile et adiabatique):  $h_1 = h(T_2, P_2)$  soit  $2,21T_2 + 539 = 1120$  soit  $T_2 = \frac{1120 - 539}{2,21} = 263 \text{ K}$ .

2. Je note  $c$  les vitesses du fluide pour ne pas les confondre avec  $v$  les volumes massiques données dans l'énoncé.

$q_m = \rho c S = \frac{S c}{v}$  soit  $c = \frac{q_m v}{S}$ . AN:  $c_1 = 0,21 \text{ m.s}^{-1}$  et  $c_2 = 5,75 \text{ m.s}^{-1}$  avec  $v_2 = v(T_2 = 263 \text{ K}, P_2) = 0,46 \text{ m}^3.kg^{-1}$ .

Les énergies cinétiques massiques sont  $e_c = \frac{c^2}{2}$ . AN:  $e_{c1} = 0,022 \text{ J.kg}^{-1}$  et  $e_{c2} = 0,11 \text{ J.kg}^{-1}$ . Ces énergies sont très petites devant les enthalpies massiques.

3. On applique le second principe:  $S_2 - S_1 = S_e + S_c$  avec  $S_e = 0$  car la détente est adiabatique d'où  $S_c = q_m dt(s(T_2 = 263 \text{ K}, P_2) - s_1)$  d'où l'entropie créée par unité de temps:  $q_m(s(T_2, P_2) - s_1) =$

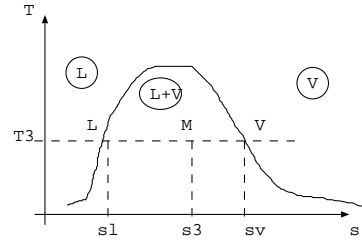
48,4 kJ.K<sup>-1</sup>.s<sup>-1</sup> > 0: la détente est irréversible.

**4. 4.a.** La détente 1 – 3 est adiabatique réversible, cela signifie qu'elle est isentropique:  $s_3 = s_1 = 9,10 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ : l'entropie  $s_3$  est comprise entre l'entropie du liquide et de la vapeur ( $s_l < s_3 < s_v$ ) donc le fluide est sous la forme d'un mélange liquide-vapeur.

On applique le théorème des moments:  $x_v = \frac{LM}{LV} = \frac{s_3 - s_l}{s_v - s_l} = \frac{9,10 - 5,39}{10,4 - 5,39} = 0,74$ .

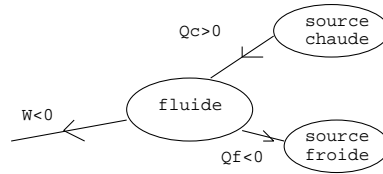
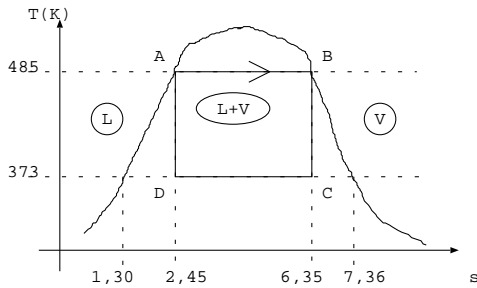
**4.b.**  $h_3 = x_v h_v + (1 - x_v) h_l = 196,8 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

**4.c.** On applique le premier principe industriel au fluide entre 1 et 3 (la transformation est adiabatique donc la puissance thermique est nulle):  $q_m(h_3 - h_1) = P_{th} + P_u = P_u = -2030 \text{ kW}$ . On peut donc récupérer une puissance mécanique de 2030 kW



### XIII. Machine thermique

1. Le cycle est décrit dans le sens horaire, c'est un moteur. Les transformations BC et DA sont adiabatiques (entropie échangée nulle) et réversibles (entropie créée nulle) donc ce sont des isentropiques. Sur 1, sur la courbe de rosée et sur la courbe d'ébullition.



2. BC est isentropique:  $s_B = s_C$  avec  $s_B = s_v(485 \text{ K}) = 6,35 \text{ J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$  et  $s_C = x_v s_v(373 \text{ K}) + (1 - x_v) s_l(373 \text{ K})$  d'où  $x_{vC} = \frac{6,35 - 1,30}{7,36 - 1,30} = 0,83$  (on reconnaît le théorème des moments, on peut aussi appliquer le théorème directement!).

DA est isentropique:  $x_{vD} = \frac{s_D - s_l(373)}{s_v(373) - s_l(373)} = 0,19$ .

3.  $h_A = h_l(485) = 909$ ,  $h_B = h_v(485) = 2801$ ,  $h_C = x_{vC} h_v(485) + (1 - x_{vC}) h_l(485) = 2290$  et  $h_D = x_{vD} h_v(373) + (1 - x_{vD}) h_l(373) = 847$  (en kJ.kg<sup>-1</sup>).

4. Le contact avec la source chaude se fait entre A et B. On applique le principe industriel entre A et B (pas de travail utile entre A et B, c'est un simple échangeur thermique sans pièce mobile):  $\Delta h_{AB} = h_B - h_A = q_{AB} = 1890 \text{ kJ.kg}^{-1} > 0$  c'est bien  $q_c$ .

Le contact avec la source froide se fait entre C et D. On applique le principe industriel entre C et D (pas de travail utile entre C et D, c'est un simple échangeur thermique sans pièce mobile):  $\Delta h_{CD} = h_D - h_C = q_{CD} = -1442 \text{ kJ.kg}^{-1} < 0$  c'est bien  $q_f$ .

Il n'y a pas de transfert thermique pour les transformations BC et DA donc  $q_{cycle} = q_{AB} + q_{CD} = 450 \text{ kJ.kg}^{-1}$ . Pour un cycle  $\Delta h_{cycle} = q_{cycle} + w_{u,cycle} = 0$  soit  $w_{u,cycle} = -450 \text{ kJ.kg}^{-1} < 0$ : c'est bien un moteur.

Le rendement d'un moteur est  $r = \frac{-w_{u,cycle}}{q_c} = 0,24$ .

### XIV. L'effet de serre atmosphérique

1.

**1.a.** On déduit de la loi de Stefan la puissance surfacique rayonnée par le soleil et on en déduit la puissance rayonnée en multipliant par la surface  $4\pi R_s^2$  du soleil. Soit  $P_s = \sigma T_s^4 4\pi R_s^2$ .

**1.b.** La puissance ne reçoit qu'une fraction de la puissance émise par le soleil. Le soleil émet de façon isotrope (de façon identique dans toutes les directions) et la puissance qu'il émet se répartit sur une sphère.

Le Terre ne reçoit qu'une fraction de la puissance du soleil répartie sur la sphère de rayon  $d$  qui contient l'orbite de la Terre. Elle ne reçoit que la puissance qui éclaire la surface  $\pi R_T^2$ : surface du disque qui est à l'intersection entre la Terre et la sphère qui contient l'orbite de la Terre.

On fait un produit en croix à partir de:

$P_s$	$4\pi d^2$
$P_T$	$\pi R_T^2$

$$\text{Soit } P_T = \frac{\pi R_T^2}{4\pi d^2} P_s = \frac{\pi R_T^2}{4\pi d^2} \sigma T_s^4 4\pi R_s^2 = \sigma T_s^4 \frac{\pi R_T^2 R_s^2}{d^2}.$$

La Terre en moyenne reçoit donc la puissance surfacique  $\phi_s = \frac{P_T}{4\pi R_T^2} = \sigma T_s^4 \frac{R_s^2}{4d^2} = 348 \text{ W.m}^{-2}$ .

**1.c.** Sur le document du haut, la courbe d'émission du corps noir de température  $5525 \text{ K}$  est la courbe de rayonnement du soleil. Il émet une intensité maximale pour  $\lambda_M = 0,55 \mu\text{m}$  (lue sur la courbe de gauche).

La loi de Wien donne  $K = \lambda_M T$  donc  $\lambda_M = \frac{2898}{5525} = 0,52 \mu\text{m}$ : c'est cohérent avec la valeur lue.

De même sur le document du haut, la courbe de droite donne le rayonnement du corps noir de température  $288 \text{ K}$ : c'est le rayonnement de la Terre. On lit  $\lambda_M = 11 \mu\text{m}$ .

La loi de Wien donne  $K = \lambda_M T$  donc  $\lambda_M = \frac{2898}{288} = 10,1 \mu\text{m}$ : c'est cohérent avec la valeur lue.

**2.** A l'équilibre thermique:  $\phi_s = \phi_T$  (la puissance reçue par la Terre est égale à la puissance perdue par la Terre)

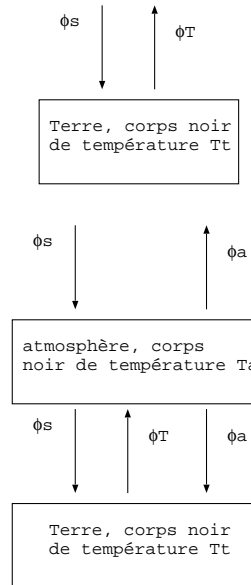
avec d'après la loi de Stefan  $\phi_T = \sigma T_T^4$  soit  $\phi_s = \sigma T_T^4$  donc  $T_T = \left(\frac{\phi_s}{\sigma}\right)^{1/4} = 280 \text{ K} < T_0$ : la température est un peu trop basse par rapport à la température attendue quand on ne tient pas compte de l'atmosphère. On va donc étudier un modèle où l'on tient compte

**3.** L'atmosphère laisse passer le rayonnement visible émis par le soleil et coupe le rayonnement émis dans l'IR par la Terre.

Equilibre thermique de l'atmosphère:  $\phi_s + \phi_T = \phi_s + 2\phi_a$

Equilibre thermique de la Terre:  $\phi_s + \phi_a = \phi_T$

On a donc  $\phi_T = \sigma T_1^4 = 2\phi_s$  soit  $T_1 = \left(\frac{2\phi_s}{\sigma}\right)^{1/4} = 2^{1/4} T_T = 333 \text{ K} > T_0$



Dans ce nouveau modèle, on voit bien que l'atmosphère réchauffe la Terre mais le modèle est à corriger car la température obtenue est supérieure à  $T_0$ .

**4.** En réalité, l'atmosphère laisse passer un grand pourcentage du rayonnement émis par le soleil mais pas l'intégralité.

Et l'atmosphère ne bloque pas tout le rayonnement émis par la Terre, elle en laisse passer un petit pourcentage.

C'est dans cette zone de longueur d'onde que le rayonnement émis par la Terre peut traverser l'atmosphère. Si l'on augmente les molécules qui absorbent dans ce domaine, on va augmenter le rayonnement émis par la Terre et absorbé par l'atmosphère et la température de la Terre va augmenter.