

DM 1 de physique

I. Anémomètre

Mesurer la vitesse d'un fluide est nécessaire dans nombre de contextes: météorologie (relevé de la vitesse du vent), énergie (détermination d'un potentiel d'exploitation éolien), aéronautique (test de nouveaux avions en soufflerie), confort thermique (réglage d'un système de ventilation)... Dans ce sujet, on se propose d'étudier le fonctionnement de deux anémomètres mécaniques : l'anémomètre à plaque, puis l'anémomètre à coupelles. Les anémomètres mécaniques utilisent la mise en mouvement d'un objet sous l'effet du vent pour en déduire sa vitesse.

Anémomètre à plaque

Le premier anémomètre dont l'histoire des sciences a gardé une trace a été conçu dans les années 1450 par l'architecte italien Leon Battista Alberti. Il repose sur la déviation d'une plaque attachée au bout d'une tige pouvant pivoter autour d'un axe horizontal. Le vent arrivant sur la plaque soulève cette dernière. L'inclinaison de la plaque permet de déduire la vitesse du vent. Le schéma d'un anémomètre à plaque est représenté sur la figure 1. La plaque circulaire homogène, de masse $m = 30\text{ g}$ et de rayon $R = 5\text{ cm}$ est attachée en son centre à une tige de longueur $L = 15\text{ cm}$ et de masse négligeable. Le système plaque + tige peut tourner *sans frottements* autour d'un axe horizontal (Δ) orienté par le vecteur unitaire $\vec{e}_\Delta$.

Le vent arrive horizontalement, perpendiculairement à l'axe (Δ), avec une vitesse U supposée constante, de l'ordre de quelques m.s^{-1} . On note J_Δ le moment d'inertie du système plaque + tige par rapport à l'axe (Δ), et θ l'angle de la tige par rapport à la verticale.

On considère que pour des angles d'inclinaison faibles, la résultante des forces aérodynamiques s'exerçant sur la plaque en raison du vent est de la forme $\vec{F} = \mu U \vec{U}$ avec $\mu = 10^{-2}$ dans les unités du Système International (SI).

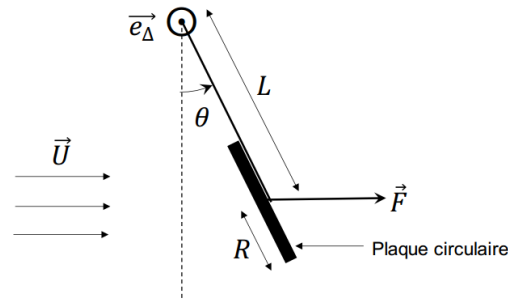


Figure 1 - Anémomètre à plaque

- Déterminer l'unité SI de μ en utilisant les unités des grandeurs de base.
- On suppose que le point d'application de la résultante des forces aérodynamiques se situe au centre de la plaque circulaire. Exprimer les moments scalaires par rapport à l'axe (Δ) des forces s'exerçant sur le système plaque + tige.
- Lorsque le système est à l'équilibre mécanique, on mesure l'angle $\theta_e = 8^\circ$ à l'aide d'un rapporteur. Déterminer l'expression de la vitesse U du vent, en fonction de μ , m , g et θ_e . Faire l'application numérique. La valeur obtenue vous paraît-elle cohérente?
- Déduire du théorème scalaire appliqué au système tige+plaque, l'équation différentielle vérifiée par θ hors équilibre.
- Dans cette question, on étudie les oscillations de l'anémomètre au voisinage de sa position d'équilibre θ_e . On donne: $f(\theta) = f(\theta_e) + (\theta - \theta_e)f'(\theta)$ pour $\theta \approx \theta_e$. Déterminer les expressions approchées de $\cos \theta$ et $\sin \theta$ pour $\theta \approx \theta_e$ et en déduire l'équation différentielle approchée vérifiée par θ au voisinage de l'équilibre. En déduire la pulsation des petites oscillations de l'anémomètre en fonction de m , g , L , θ_e , μ , U et J_Δ .

Anémomètre à coupelles

6. On représente sur la figure 2 un anémomètre composé de 4 coupelles coniques décalées de 90° les unes par rapport aux autres et soumises à un vent de vitesse $\vec{U}$. Reproduire ce schéma sur votre copie. En supposant que l'anémomètre est initialement immobile, représenter, en vous aidant du document 2, les forces $\vec{F}_N$ s'exerçant sur chaque coupelle. On comparera les normes de ces forces les unes par rapport aux autres.

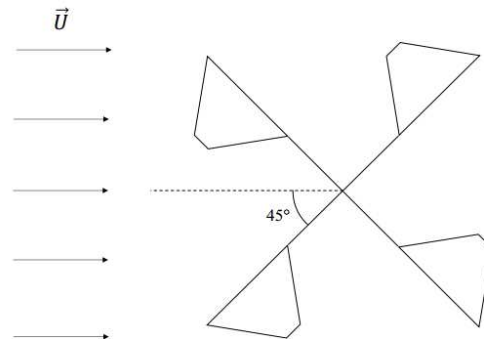


Figure 2 - Position initiale de l'anémomètre soumis au vent

7. Expliquer à partir de votre schéma pourquoi l'anémomètre va se mettre en mouvement, et représenter le sens de rotation sur le schéma.
8. Justifier que la force tangentielle $\vec{F}_T$ est sans importance pour l'étude du mouvement de rotation de l'anémomètre.
9. Rappeler la définition d'un couple de forces. Le terme de "couple" aérodynamique utilisé dans le document 3 vous paraît-il bien choisi?
10. Lorsque la vitesse U du vent est inférieure à la vitesse de démarrage U_0 (document 1), l'anémomètre est immobile. Quel phénomène peut expliquer l'existence de cette vitesse de démarrage?

Document 1 - Description de l'anémomètre à coupelles

L'anémomètre à coupelles, inventé en 1846 par John Thomas Romney Robinson, est composé de trois ou quatre coupelles creuses de forme hémisphérique ou conique, reliées à un axe de rotation vertical. En régime permanent, l'anémomètre tourne à une fréquence f (nombre de tours par seconde) dépendant de la vitesse horizontale U du vent loin de l'anémomètre selon la relation :

$$U = \ell_0 f + U_0$$

avec ℓ_0 la distance d'étalonnage et U_0 la vitesse de démarrage. Ces deux constantes dépendent des caractéristiques de chaque anémomètre et sont déterminées par le constructeur préalablement à la mise en place de l'anémomètre sur site.

L'anémomètre à coupelles est aujourd'hui l'instrument de référence pour mesurer la vitesse du vent dans le domaine de la météorologie.



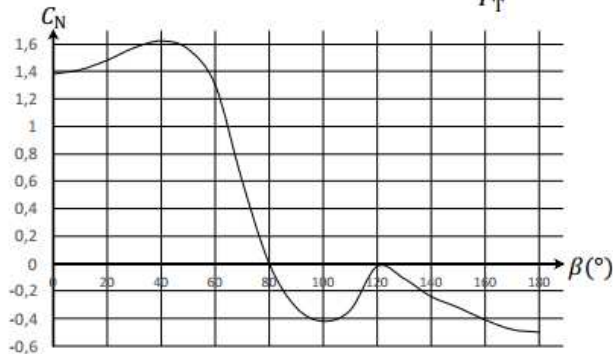
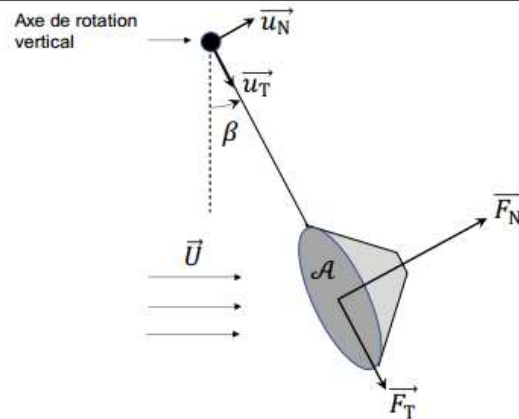
Document 2 - Force aérodynamique sur une coupelle conique immobile

Pour étudier l'effet du vent sur une coupelle conique, on effectue des tests en soufflerie. La coupelle étant maintenue immobile, on relève la force aérodynamique s'exerçant sur la coupelle. On fait pivoter la coupelle dans un plan horizontal pour tester différents angles d'incidence β par rapport au vent de vitesse $U = 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. La force aérodynamique s'exerçant au centre de la coupelle se décompose en une force $\vec{F}_N$ normale à la surface $\mathcal{A} = 1 \text{ dm}^2$ de la base du cône, et une force $\vec{F}_T$ tangentielle à cette même surface. Ces forces ont pour expression :

$$\begin{cases} \vec{F}_N = \frac{1}{2} \rho_{\text{air}} \mathcal{A} C_N U^2 \vec{u}_N, \\ \vec{F}_T = \frac{1}{2} \rho_{\text{air}} \mathcal{A} C_T U^2 \vec{u}_T, \end{cases}$$

avec C_N et C_T des coefficients sans dimension.

Par symétrie et en supposant que le bras de l'anémomètre a une influence négligeable sur l'écoulement : $\|\vec{F}_N(-\beta)\| = \|\vec{F}_N(\beta)\|$.



Source : M.J. Brevoort, U.T. Joyner, " Aerodynamic characteristics of anemometer cups ",
Note technique, (1934)