

DM 1 de physique

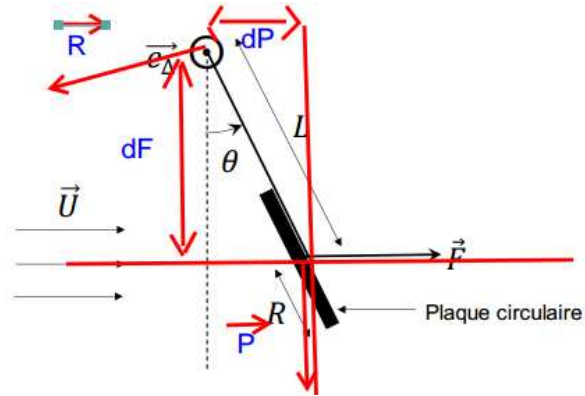
I. Correction: anémomètre

1. $[\mu] = \left[\frac{F}{U^2} \right] = \frac{kg.m.s^{-2}}{m^2.s^{-2}} = kg.m^{-1}.$

2. Le système plaque+tige subit les forces: poids $\vec{P}$, force du vent $\vec{F}$ et réaction de l'axe $\vec{R}$. Le poids fait tourner la plaque dans le sens opposé à θ donc son moment est négatif, la force du vent fait tourner la plaque dans le sens de θ donc son moment est positif. Sans frottement, le moment de la réaction est nul (liaison pivot idéale).

On calcule les bras de levier de ces deux forces: $d_P = L \sin \theta$ et $d_F = L \cos \theta$.

On en déduit donc les moments scalaires $\mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = -mgL \sin \theta$ et $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = +\mu U^2 L \cos \theta$.



3. On applique le théorème scalaire du moment cinétique au système plaque+tige: $J_\Delta \frac{d\omega}{dt} = \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R})$ qui donne à l'équilibre: $0 = -mgL \sin \theta + \mu U^2 L \cos \theta$. On obtient donc $U = \sqrt{\frac{mg \tan \theta_e}{\mu}}$. AN: $U \approx 2 m.s^{-1}$ en accord avec l'énoncé qui donne des vitesses de quelques $m.s^{-1}$.

4. Le théorème du moment cinétique scalaire appliqué au système tige+plaque hors équilibre s'écrit $J_\Delta \frac{d\omega}{dt} = \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R})$ qui donne $J_\Delta \ddot{\theta} = -mgL \sin \theta + \mu U^2 L \cos \theta$ (*).

On applique le DL donné dans l'énoncé $f(\theta) = f(\theta_e) + (\theta - \theta_e)f'(\theta_e)$ à la fonction $f(\theta) = \sin \theta$ qui donne $f'(\theta) = \cos \theta$, on obtient:

$$\sin \theta = \sin \theta_e + (\theta - \theta_e) \cos \theta_e.$$

On procède de la même façon à la fonction $f(\theta) = \cos \theta$ qui donne $f'(\theta) = -\sin \theta$, on obtient:

$$\cos \theta = \cos \theta_e - (\theta - \theta_e) \sin \theta_e.$$

Ainsi l'équation (*) pour $\theta \approx \theta_e$ donne:

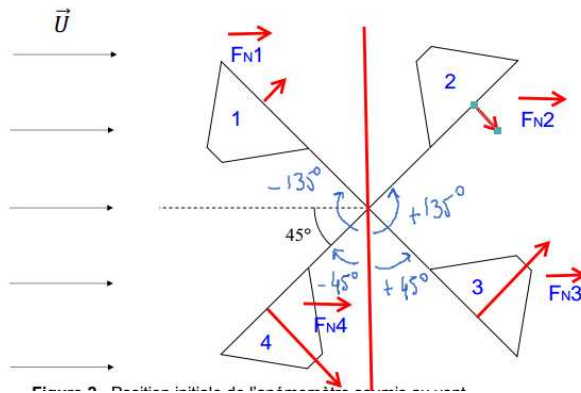
$$J_\Delta \ddot{\theta} = -mgL(\sin \theta_e + (\theta - \theta_e) \cos \theta_e) + \mu U^2 L(\cos \theta_e - (\theta - \theta_e) \sin \theta_e)$$

On simplifie car $-mgL \sin \theta_e + \mu U^2 L \cos \theta_e = 0$

$$\text{On obtient: } \ddot{\theta} + \frac{mgL \cos \theta_e + \mu U^2 L \sin \theta_e}{J_\Delta} \theta = \frac{mgL \cos \theta_e + \mu U^2 L \sin \theta_e}{J_\Delta} \theta_e.$$

On reconnaît l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique de pulsation propre $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgL \cos \theta_e + \mu U^2 L \sin \theta_e}{J_\Delta}}$.

5.



D'après les notations du document 2, pour les coupelles 1 et 2 on a $\beta = \pm 135^\circ$, on lit pour cette valeur

$C_N \approx -0,2$, donc les forces $\overrightarrow{F_{N1}}$ et $\overrightarrow{F_{N2}}$ ont pour norme $\frac{1}{2}\rho_{air}\mathcal{A}(0,2)U^2$. Le signe $-$ de C_N montre que les vecteurs $\overrightarrow{F_N}$ et $\overrightarrow{u_N}$ sur ces coupelles sont de sens opposés.

Pour les coupelles 3 et 4 on a $\beta = \pm 45^0$, on lit pour cette valeur $C_N \approx 1,6$, donc les forces $\overrightarrow{F_{N3}}$ et $\overrightarrow{F_{N4}}$ ont pour norme $\frac{1}{2}\rho_{air}\mathcal{A}(1,6)U^2$. Le signe $+$ de C_N montre que les vecteurs $\overrightarrow{F_N}$ et $\overrightarrow{u_N}$ sur ces coupelles sont de même sens.

6. Les forces $\overrightarrow{F_{N1}}$ et $\overrightarrow{F_{N2}}$ font tourner le système dans le sens horaire mais sont plus faibles que les forces $\overrightarrow{F_{N3}}$ et $\overrightarrow{F_{N4}}$ qui font tourner le système dans le sens trigo. Ainsi le système tourne dans le sens trigo.

7. Les forces $\overrightarrow{F_T}$ ne font pas tourner le système donc on n'en tient pas compte.

8. Un couple est un moment résultant non nul de forces dont la résultante est nulle. Ici l'appellation couple n'est pas justifiée car la résultante des forces $\overrightarrow{F_N}$ sur l'ensemble des 4 coupelles n'est pas nulle.

9. On peut penser que le système subit un couple résistant au démarrage et pour qu'il se mette en mouvement il faut que le couple moteur soit plus grand que ce couple d'où l'existence de la vitesse de démarrage.