

On retrouve ses résultats par le calcul. Pour cela on utilise les résultats de SI:

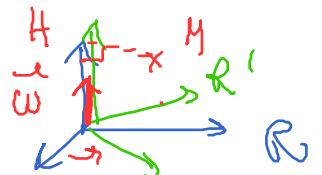
Cas 1: $\mathcal{R}'$ est en translation dans $\mathcal{R}$

On a $\frac{d\vec{U}}{dt}|_{\mathcal{R}} = \frac{d\vec{U}}{dt}|_{\mathcal{R}'}$

$$\vec{v}(M)_{\mathcal{R}} = \frac{d\vec{OM}}{dt}|_{\mathcal{R}} = \frac{d\vec{OO'}}{dt}|_{\mathcal{R}} + \frac{d\vec{O'M}}{dt}|_{\mathcal{R}} = \vec{v}(O')_{\mathcal{R}} + \frac{d\vec{O'M}}{dt}|_{\mathcal{R}'} = \vec{v}(O')_{\mathcal{R}} + \vec{v}(M)_{\mathcal{R}'}$$

on a bien une loi de la forme $\vec{v}(M)_{\mathcal{R}} = \vec{v}(M)_{\mathcal{R}'} + \vec{v}_e(M)$

par identification: $\vec{v}_e(M) = \vec{v}(O')_{\mathcal{R}}$: cohérent avec ce que l'on a dit comme quoi, les points coïncidents ont le même $\vec{v}$ que O' dans $\mathcal{R}$



Cas 2: $\mathcal{R}'$ est en rotation uniforme autour d'un axe fixe de $\mathcal{R}$: $\vec{\omega}$ est un vecteur constant.

On a $\frac{d\vec{U}}{dt}|_{\mathcal{R}} = \frac{d\vec{U}}{dt}|_{\mathcal{R}'} + \vec{\omega} \wedge \vec{U}$

ici $\mathcal{R}$ et $\mathcal{R}'$ ont la même origine et la même axe (Oz)

$$\vec{v}(M)_{\mathcal{R}} = \frac{d\vec{OM}}{dt}|_{\mathcal{R}} = \frac{d\vec{OM}}{dt}|_{\mathcal{R}'} + \vec{\omega} \wedge \vec{OM}$$

de la forme $\vec{v}(M)_{\mathcal{R}} = \vec{v}(M)_{\mathcal{R}'} + \vec{v}_e(M)$ avec $\vec{v}_e(M) = \vec{\omega} \wedge \vec{OM}$
 $= \underbrace{\vec{\omega} \wedge \vec{OH}}_{\vec{v}_e(O)} + \vec{\omega} \wedge \vec{HM}$
 car $\vec{\omega}$ est $\perp$ à Oz selon (Oz)

En procédant de la même façon pour l'accélération on trouve:

$$\vec{a}(M)_{\mathcal{R}} = \vec{a}(M)_{\mathcal{R}'} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{OM}) + 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}(M)_{\mathcal{R}'}$$

$$\begin{aligned} \vec{a}(M)_{\mathcal{R}} &= \frac{d}{dt} \left(\vec{v}(M)_{\mathcal{R}'} + \vec{\omega} \wedge \vec{OM} \right)_{\mathcal{R}} \\ &= \frac{d}{dt} \left(\vec{v}(M)_{\mathcal{R}'} + \vec{\omega} \wedge \vec{OM} \right)_{\mathcal{R}'} + \vec{\omega} \wedge \left(\vec{v}(M)_{\mathcal{R}'} + \vec{\omega} \wedge \vec{OM} \right) \\ &= \underbrace{\frac{d\vec{v}(M)}{dt}|_{\mathcal{R}'}}_{\vec{a}(M)_{\mathcal{R}'}} + \underbrace{\vec{\omega} \wedge \frac{d\vec{OM}}{dt}|_{\mathcal{R}'}}_{\vec{v}(M)_{\mathcal{R}'}} + \vec{\omega} \wedge \vec{v}(M)_{\mathcal{R}'} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{OM}) \\ &= \vec{a}(M)_{\mathcal{R}'} + \underbrace{2\vec{\omega} \wedge \vec{v}(M)_{\mathcal{R}'}}_{\vec{a}_c(M)} - \underbrace{\omega^2 \vec{HM}}_{\vec{a}_e(M)} \end{aligned}$$

