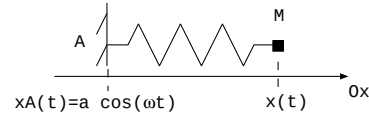
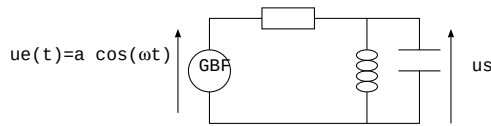


Régime sinusoïdal forcé

I. Principe de la méthode

On cherche à résoudre une équation différentielle de la forme: $\ddot{y} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{y} + \omega_0^2 y = A_0 \cos(\omega t)$

Cette équation se rencontre par exemple dans les situations suivantes:



La solution de cette équation différentielle comprend:

- une solution générale qui tend rapidement vers zéro et qui caractérise le régime
- une solution particulière de la forme $y_p(t) = \dots$ qui caractérise le régime

Quand on se place en régime sinusoïdal forcé, on se place à la fin du régime transitoire donc la solution de l'équation différentielle est $y(t) = \dots$

Point commun entre l'excitateur et le résonateur:

Différences entre l'excitateur et le résonateur:

Donc on connaît déjà la forme de la solution de l'équation différentielle et on cherche à trouver les expressions de et du en fonction de ω . Pour cela, les mathématiques proposent de passer en notation complexe.

Passage de la notation réelle à la notation complexe

$$\cos(\omega t) \rightarrow \dots \quad y(t) = Y_0 \cos(\omega t + \phi) \rightarrow \dots$$

$$\dot{y} \rightarrow \dots \quad \ddot{y} \rightarrow \dots$$

On transforme l'équation différentielle en notation complexe et on en déduit l'amplitude complexe $\underline{Y} = Y_0 e^{j\phi}$.

On en déduit ensuite $Y_0 = \dots$ et $\phi = \dots$

II. Outils mathématiques

$$|a + jb| = \quad \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \quad \arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) =$$

$$(a + jb)^* = \quad |z_1 z_2| = \quad \arg(z_1 z_2) =$$

$$\arg(a + jb) =$$

$$\arg(jb) =$$

$$\arg(-4) =$$

$$\arg(-5j) =$$

III. Applications

1. Application 1

En régime forcé, la solution de l'équation différentielle $\ddot{y} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{y} + \omega_0^2 y = A_0 \cos(\omega t)$ est de la forme $y(t) = Y_0 \cos(\omega t + \phi)$. Exprimer Y_0 et ϕ en fonction de ω , étudier la résonance et tracer l'allure de Y_0 en fonction de ω pour $Q = 0,5$ et $Q = 5$.

2. Application 2

En régime forcé, la solution de l'équation différentielle $\ddot{y} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{y} + \omega_0^2 y = A_0 \omega \cos(\omega t)$ est de la forme $y(t) = Y_0 \cos(\omega t + \phi)$. Exprimer Y_0 et ϕ en fonction de ω , déterminer la pulsation et l'amplitude à résonance (aide: mettre Y_0 sous la forme d'une fraction dont le numérateur est constant et étudier le minimum du dénominateur). Tracer l'allure de Y_0 en fonction de ω pour $Q = 1$ et $Q = 5$.