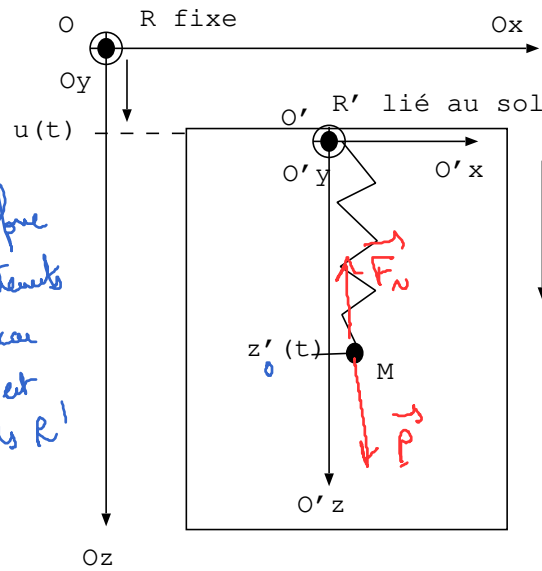


1.



Ré: la force de frottement est nulle car ici M est immobile ds R'

fixe donc galiléen

La masse dans R' galiléen est immobile sous l'action de son poids et de la force de rappel soit :

$$\vec{P} + \vec{F}_r = \vec{0} \text{ avec } P$$

$$\text{avec } \vec{P} = +mg \vec{e}_y$$

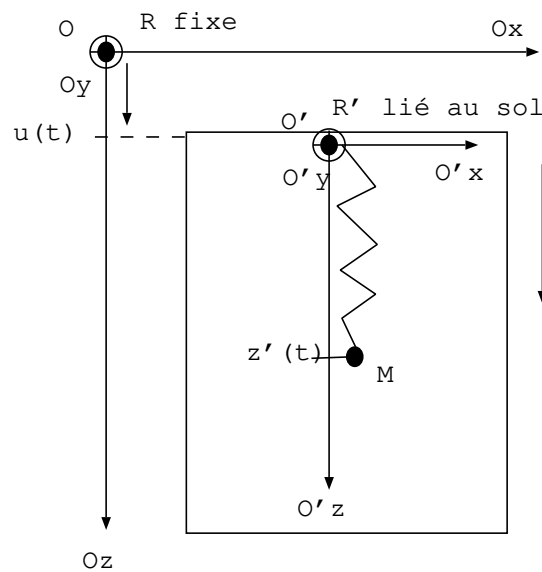
$$\vec{F}_r = -k(l-l_0) \vec{e}_y \text{ le signe vers M}$$

$$= -k(z'_0 - l_0) \vec{e}_y$$

$$\text{d'où } mg - k(z'_0 - l_0) = 0$$

$$\text{soit } \boxed{z'_0 = l_0 + \frac{mg}{k}} > 0 \text{ à l'équilibre la ressort est étiré}$$

2.



R' est en translation rectiligne non uniforme dans R donc R' n'est pas galiléen :

forces d'inertie

$$\vec{F}_{ic} = -m\vec{a}(O'/R) = -m\ddot{u} \vec{e}_y$$

$$\vec{F}_{ic} = \vec{0}$$

forces d'interaction

$$\vec{P} = -mg \vec{e}_y$$

$$\vec{F}_r = -k(z' - l_0) \vec{e}_y$$

$$\vec{f} = -mh\vec{v}(M/R') = -mh\dot{z}' \vec{e}_y$$

la RFD appliquée à M dans R' donne :

$$m\vec{a}(M/R') = \vec{P} + \vec{F}_r + \vec{f} + \vec{F}_{ic}$$

$$\text{avec } \vec{a}(M/R') = \ddot{z}' \vec{e}_y$$

$$\text{d'où } m\ddot{z}' = +mg - k(z' - l_0) - mh\dot{z}' - m\ddot{u}$$

$$\ddot{z}' + h\dot{z}' + \frac{k}{m}z' = g + kl_0 - \ddot{u} \text{ avec } g + kl_0 = k z'_0$$

$$\text{donc } \ddot{z}' + h\dot{z}' + \frac{k}{m}(z' - z'_0) = -\ddot{u}$$

$$\text{on pose } z = z' - z'_0 \quad \dot{z} = \dot{z}' \quad \ddot{z} = \ddot{z}'$$

↓ on $\ddot{z} + h \dot{z} + \frac{k}{m} z = -\ddot{u}$ par identification: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $\frac{\omega_0}{Q} = h$

soit $Q = \frac{\omega_0}{h} = \frac{1}{h} \sqrt{\frac{k}{m}}$ plus les frottements sont importants et plus le facteur de qualité Q est petit

3) En notation complexe: $\ddot{u} = -\omega^2 \underline{u}$ $\dot{z} = j\omega \underline{z}$ $\ddot{z} = -\omega^2 \underline{z}$
 l'éq. différentielle devient: $-\omega^2 \underline{z} + \frac{\omega_0}{Q} j\omega \underline{z} + \omega_0^2 \underline{z} = -\omega^2 \underline{u}$

↓ on
$$\underline{z} = \frac{-\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j \frac{\omega \omega_0}{Q}} \underline{u}$$

après simplification par $e^{j\omega t}$: $\underline{z}_m = \frac{-\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + j \frac{\omega \omega_0}{Q}} M_0$ avec

$$\begin{aligned} Z_m &= |\underline{z}_m| \\ \varphi &= \arg \underline{z}_m \end{aligned}$$

4) A très haute fréquence, au dénominateur on ne garde que le terme le + grand en valeur absolue soit le terme $-\omega^2$ car $\omega^2 \gg \omega_0^2$ et $\omega^2 \gg \frac{\omega \omega_0}{Q}$

↓ on $\underline{z} = -\frac{\omega^2}{-\omega^2} M_0 = -M_0$ $\boxed{Z_m = M_0}$ et $\boxed{\varphi = \pi}$

La même en amplitude avec la même amplitude M_0 que le lotier elle est en opposition de phase avec le lotier.