

TP 2 électricité

I. Notion de spectres

1. Un exemple pour comprendre

Soit la tension $u(t)$ définie par: $u(t) = u_0 + \frac{8E}{\pi^2} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{(-1)^i}{(2i+1)^2} \sin((2i+1)2\pi ft)$

1- Compléter le script python pour afficher la fonction $u(t)$ sur l'intervalle $[0, 3.10^{-2}]$ pour $E = 5 \text{ V}$, $u_0 = 0$, $f = 100 \text{ Hz}$ et $N = 3$.

2- Mesurer l'amplitude et la période de $u(t)$. En déduire la signification de E et f .

3- Observer la courbe pour $u_0 = 3 \text{ V}$. En déduire ce que représente u_0 .

4- Augmenter la valeur de N : prendre $N = 10$ puis $N = 100$. Quel nom porte la tension $u(t)$?

5- On donne la tension $v(t)$ définie par: $v(t) = v_0 + \frac{4E}{\pi} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{2i+1} \sin((2i+1)2\pi ft)$.

Compléter le script python pour afficher la fonction $v(t)$ sur l'intervalle $[0, 3.10^{-2}]$ pour $E = 4 \text{ V}$, $v_0 = 0$, $f = 200 \text{ Hz}$ et $N = 3$. Répondre aux mêmes questions que pour la tension $u(t)$.

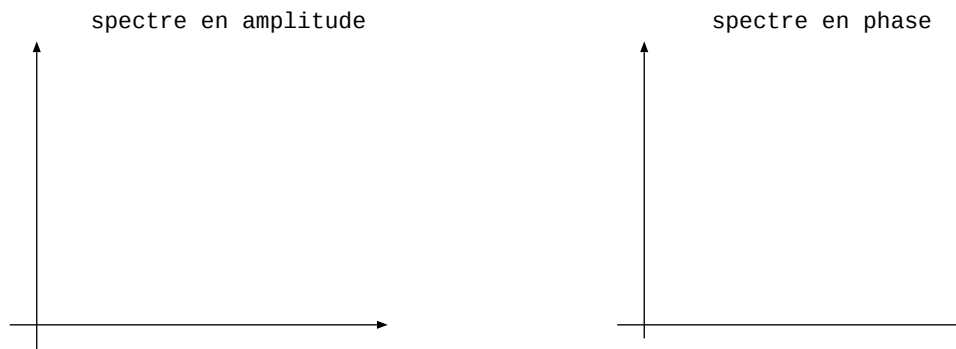
2. Décomposition en série de Fourier d'une fonction

Les mathématiques nous disent que tout signal périodique $s(t)$ de fréquence f_s peut se décomposer en une somme discrète de sinusoides de fréquences $n.f_s$ où n est un entier naturel positif. Cette décomposition s'écrit:

$$s(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{n \rightarrow \infty} a_n \cos(2\pi n f_s t + \phi_n)$$

soit $s(t) =$

A cette décomposition correspondent les spectres en amplitude et en phase suivants:



Concrètement nous n'utilisons que les spectres en amplitude pour l'étude des filtres.

A retenir pour l'analyse du spectre d'une fonction:

- Le premier pic de fréquence non nulle est appelé : sa fréquence est
- Le pic de fréquence nulle correspond à
- Le spectre d'un signal sinusoïdal
- Le spectre d'un signal non sinusoïdal

Les fonctions $u(t)$ et $v(t)$ étudiées dans l'exemple correspondent à la décomposition en série de Fourier des tensions et

Les spectres en amplitude des fonctions $u(t) = u_0 + \frac{8E}{\pi^2} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{(-1)^i}{(2i+1)^2} \sin((2i+1)2\pi ft)$

et $v(t) = v_0 + \frac{4E}{\pi} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{2i+1} \sin((2i+1)2\pi ft)$ sont:

spectre
de $u(t)$

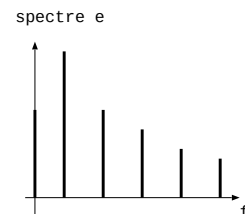
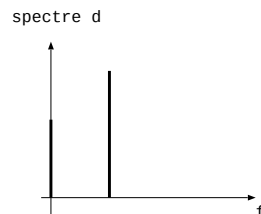
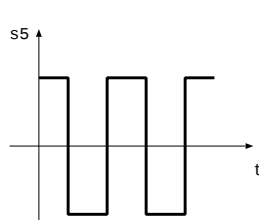
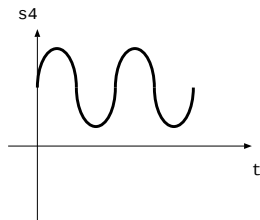
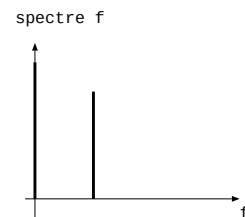
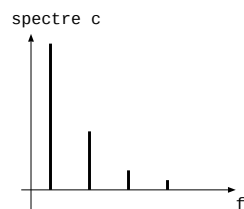
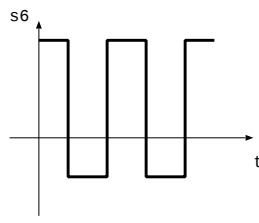
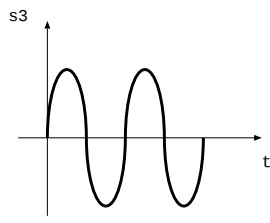
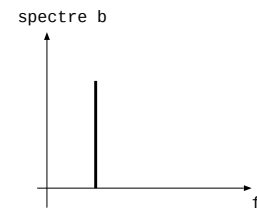
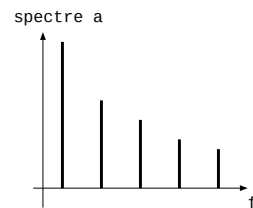
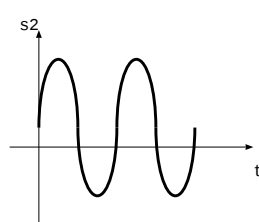
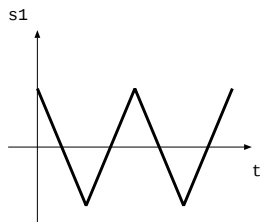


spectre
de $v(t)$



3. Application pour vérifier votre compréhension

On donne des fonctions $s_1(t)$, $s_2(t)$, $s_3(t)$, $s_4(t)$, $s_5(t)$ et $s_6(t)$ ainsi que les spectres associés mais tout est mélangé. Identifier le spectre de chaque fonction donnée en justifiant votre réponse.



4. Obtention d'un spectre sur l'oscilloscope

Pour réaliser le spectre d'une tension à l'oscilloscope, **vous devez cliquer sur FFT**.

Dans le menu qui s'affiche alors vous devez choisir:

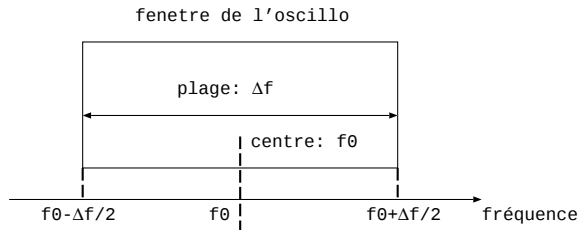
Source: vous devez sélectionner la source 1 ou 2 qui correspond à la voie de la tension dont vous voulez réaliser le spectre.

Param: vous devez sélectionner la méthode de calcul utilisée par l'appareil pour réaliser le spectre: je vous conseille de sélectionner Fenêtre Hanning en unités verticales V RMS, ce qui correspond à des tensions efficaces. Pour des tensions sinusoïdales $V_{efficace} = \frac{V_{amplitude}}{\sqrt{2}}$.

En mode FFT, l'axe des ordonnées est gradué en Volt et l'axe des abscisses est gradué en fréquence. Les fréquences affichées à l'écran sont comprises entre f_{min} et f_{max} . On ne choisit pas directement les valeurs de ces fréquences. On choisit la *plage* et le *centre*:

Plage: noté Δf qui correspond à $\Delta f = f_{max} - f_{min}$

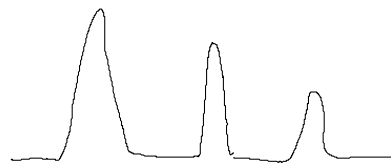
Centre: noté f_0 qui correspond à la fréquence au centre de l'écran



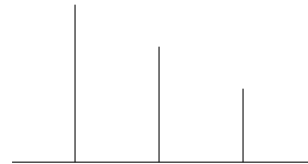
Exemple: vous étudiez le spectre d'une fonction entre 0 Hz et 20 kHz, il faut choisir pour le centre $\frac{0+20}{2} = 10 \text{ kHz}$ et pour la plage $20 - 0 = 20 \text{ kHz}$.

Quand le spectre voulu s'affiche, vous pouvez faire des mesures d'abscisses et d'ordonnées des pics en utilisant les curseurs. Choisir *Source FFT* et *curseurs X1* pour lire les fréquences des pics et *curseurs Y1* pour lire les tensions efficaces en Volt.

Attention: on s'attend à observer des pics étroits: pour obtenir ces pics étroits, il faut observer un très très grand nombre de périodes de la fonction à étudier.



ce spectre ne convient pas



ce spectre convient

5. Entraînement sur l'oscilloscope

Manipulation 1: Observer et reproduire le spectre d'une tension sinusoïdale de fréquence $f = 500 \text{ Hz}$ et d'amplitude crête à crête 10 V (noter bien les abscisse et hauteur du pic). Que devient le spectre quand on ajoute un offset? Est-ce normal?

Manipulation 2: On rappelle la décomposition en série de Fourier d'une tension triangle d'amplitude E et

de fréquence f : $u(t) = u_0 + \frac{8E}{\pi^2} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{(-1)^i}{(2i+1)^2} \sin((2i+1)2\pi ft)$.

Représenter les trois premiers pics du spectre attendu par la théorie pour une fréquence $f = 500 \text{ Hz}$ et une amplitude $E = 5 \text{ V}$. Attention: vous mettrez l'amplitude des pics en valeur efficace (comme sur l'oscilloscope) soit la valeur efficace est égale à l'amplitude divisée par $\sqrt{2}$.

Observer et reproduire les trois premiers pics du spectre obtenu sur l'oscilloscope. Vérifier la cohérence.

Spectre théorique

Spectre sur l'oscilloscope

.

Manipulation 3: On rappelle la décomposition en série de Fourier d'une tension créneau d'amplitude E et

de fréquence f : $v(t) = v_0 + \frac{4E}{\pi} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{2i+1} \sin((2i+1)2\pi ft)$.

Représenter les trois premiers pics du spectre attendu par la théorie pour une fréquence $f = 500 \text{ Hz}$ et une amplitude $E = 5 \text{ V}$. Attention: vous mettrez l'amplitude des pics en valeur efficace (comme sur l'oscilloscope) soit la valeur efficace est égale à l'amplitude divisée par $\sqrt{2}$.

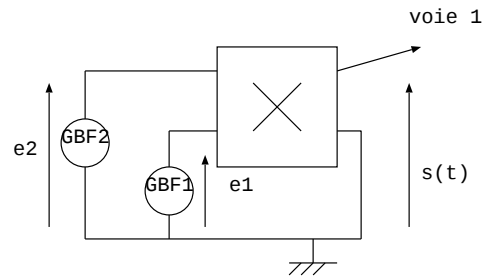
Observer et reproduire les trois premiers pics du spectre obtenu sur l'oscilloscope. Vérifier la cohérence.

Spectre théorique

Spectre sur l'oscilloscope

.

Manipulation 4: Réaliser le montage suivant alimenté par une tension $e_1(t)$ sinusoïdale de fréquence $f_1 = 300 \text{ Hz}$ d'amplitude $E_1 = 6 \text{ V}$ et une tension $e_2(t)$ de fréquence $f_2 = 2 \text{ kHz}$ d'amplitude $E_2 = 10 \text{ V}$. **Attention: le multiplieur doit être posé au centre de quatre carrés et alimenté en $\pm 15 \text{ V}$ pour fonctionner.**

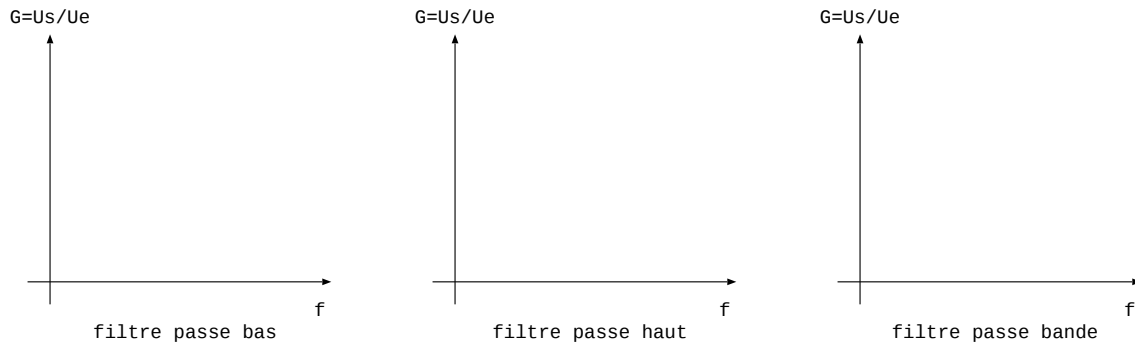


Observer la tension de sortie $s(t)$ du multiplieur en voie 1 de l'oscilloscope et observer et reproduire son spectre. Lire les fréquences des pics présents.

Interpréter par la théorie: exprimer $e_1(t)$ et $e_2(t)$. Le multiplieur réalise l'opération $s(t) = k e_1(t) e_2(t)$. Exprimer $s(t)$ sous la forme d'une somme et en déduire le spectre de $s(t)$. Donnée: $\cos a \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a + b) + \cos(a - b))$.

II. Nature d'un filtre

On distingue principalement trois types de filtres:

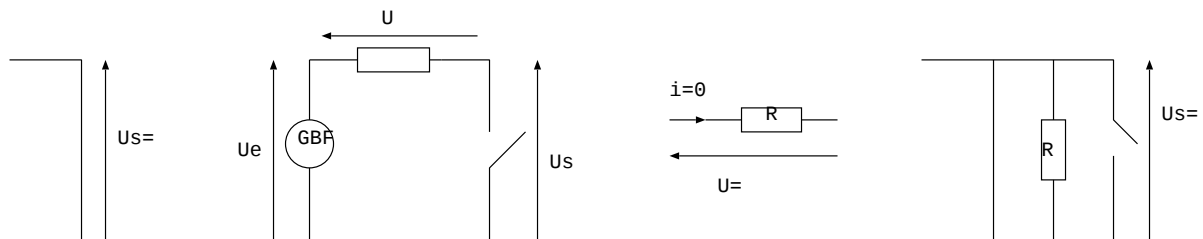


1. Prévisions de la nature d'un filtre

Dipole	Résistance	Bobine	Condensateur
Impédance			
Comportement à BF			
Comportement à HF			

Quand on veut prévoir la nature d'un filtre, on étudie son comportement à BF et à HF : on représente les schémas équivalents à BF et à HF et on calcule U_s dans ces deux cas. Pour cela on utilise les notions suivantes:

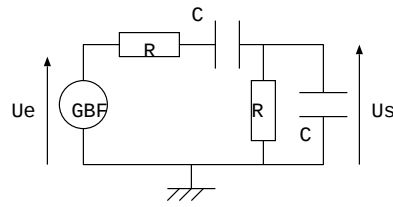
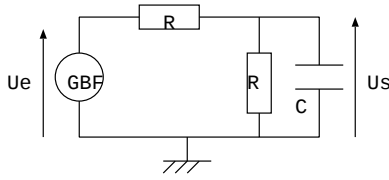
- La tension aux bornes d'un fil est
- La tension aux bornes d'un interrupteur est On la détermine par application d'une loi des mailles.
- La tension aux bornes d'une résistance parcourue par un courant nul est
- Les tensions aux bornes de plusieurs branches en parallèle sont



- Le diviseur de tension:

2. Applications

Prévoir de façon qualitative la nature des filtres suivants et vérifier expérimentalement le résultat pour les circuits suivants. Valeurs numériques: $R = 1\text{ k}\Omega$ et $C = 0,1\text{ }\mu\text{F}$.



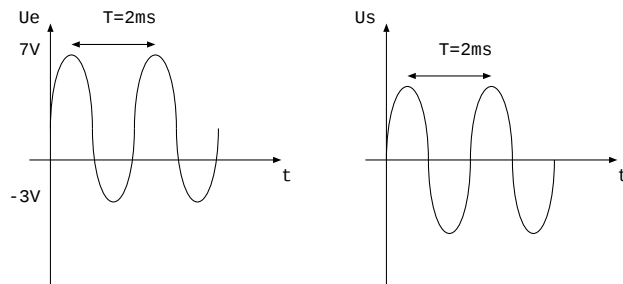
III. Filtrage

Matériel : résistance variable (boîte à décades), condensateur, bobine, un GBF et l'oscilloscope.

Travail à réaliser : Dans les cas suivants, on donne la tension d'entrée $U_e(t)$ et la tension de sortie $U_s(t)$ d'un filtre. Réaliser le filtre adapté et vérifier expérimentalement que la tension de sortie est bien celle attendue.

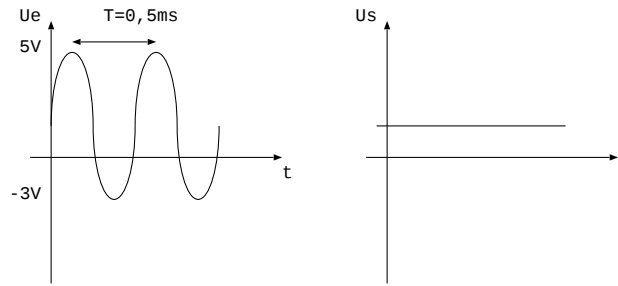
Données : les filtres RC série ont pour fréquence de coupure théorique $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$.

1. Filtre 1: condensateur de capacité $C = 1\text{ }\mu\text{F}$



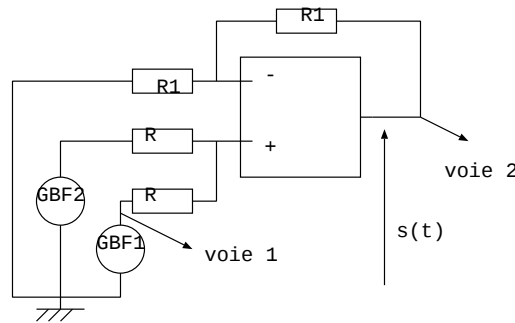
Aide : Représenter les spectres des signaux d'entrée et de sortie du filtre. Quelles sont les fréquences que le filtre a laissé passer et celles qui ont été coupées? En déduire la nature du filtre. Comment faut-il choisir la fréquence de coupure pour réaliser ce filtrage? Prévoir l'intervalle théorique des valeurs de R qui conviennent.

2. Filtre 2: condensateur de capacité $C = 1 \mu F$



3. Filtre 3: uniquement pour ceux qui sont en avance:

Réaliser le montage suivant avec $R = 10 \text{ k}\Omega$ et $R_1 = 3,3 \text{ k}\Omega$. L'ALI se place au centre de 4 carrés et doit être alimenté en $\pm 15 \text{ V}$. Attention de ne pas confondre les bornes d'entrée + et - de l'ALI qui sont représentés sur le montage ci-dessous et les bornes d'alimentation qui ne figurent pas sur le montage et qui sont sur le boîtier de l'ALI: borne rouge $+15 \text{ V}$ et borne verte -15 V .



Alimenter le montage avec le GBF 1 qui délivre une tension sinusoïdale de fréquence $f_1 = 300 \text{ Hz}$ et d'amplitude $A_1 = 4 \text{ V}$ et le GBF 2 qui délivre une tension sinusoïdale de fréquence $f_2 = 3 \text{ kHz}$ et d'amplitude $A_2 = 2 \text{ V}$.

Observer la sortie $s(t)$ en voie 2 et reproduire son spectre. Vérifier que $s(t)$ est bien la somme de $e_1(t)$ délivré par le GBF 1 et $e_2(t)$ délivré par le GBF 2.

Quel type de filtre faut-il utiliser en sortie de ce montage pour ne conserver que la composante à haute fréquence (soit qui supprime la composante à basse fréquence). On réalise un tel filtre avec un circuit RLC série. Faut-il prendre la tension de sortie du filtre aux bornes de R ? de L ? de C ?

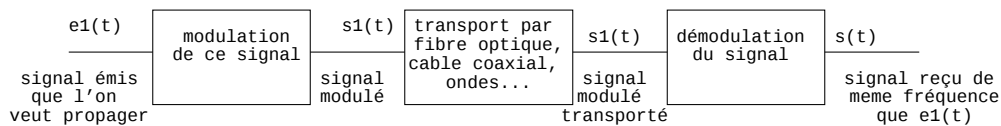
Rappel: la pulsation de résonance du circuit RLC série est $\omega_r = \frac{1}{LC}$ et sa bande passante est d'autant plus grande que la résistance est petite.

Vérifier la qualité du filtrage en observant la tension de sortie du filtre ainsi que le spectre de cette tension.

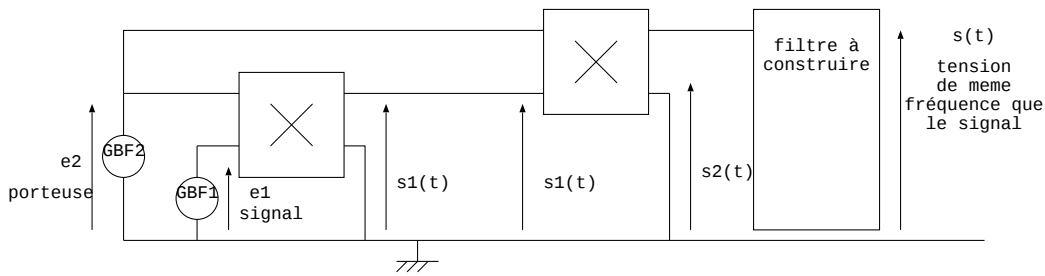
IV. Application à la détection synchrone

1. Principe théorique

Principe des communications longue distance: soit un signal signal basse fréquence de la forme $e_1(t) = E_0 + E_{1m} \cos(2\pi f_1 t)$, par exemple la voix, que l'on cherche à transmettre à une personne à très longue distance.



On propose ici de réaliser ce principe avec le montage suivant:



Le signal subit une première transformation appelée modulation: la modulation se fait avec un signal haute fréquence de la forme $e_2(t) = E_{2m} \cos(2\pi f_2 t + \phi)$ qui se propage avec moins d'atténuation. Le signal haute fréquence s'appelle la porteuse.

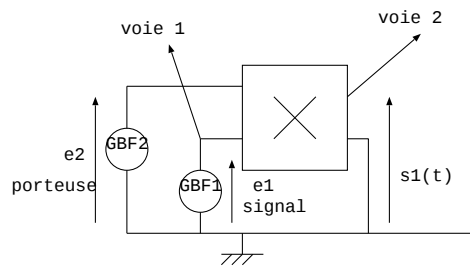
Ici on réalise ce que l'on appelle une modulation d'amplitude qui consiste à réaliser le produit du signal et de la porteuse à l'aide d'un multiplieur selon le montage suivant.

Ici l'étape de transport du signal modulé n'est pas étudié.

Ici on réalise la démodulation par la méthode de détection synchrone. Cela consiste à multiplier le signal modulé par la porteuse et à filtrer la tension obtenue pour retrouver le signal basse fréquence.

2. Manipulations

Réaliser ce montage:

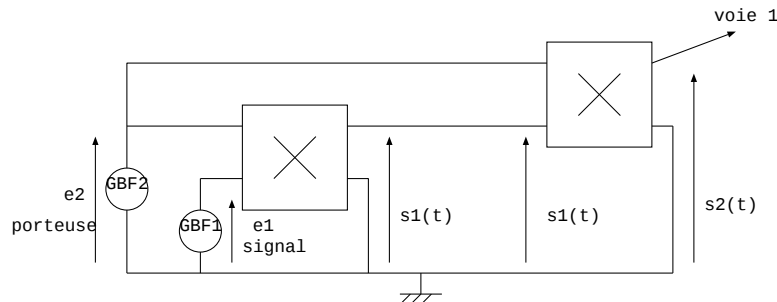


Données: $E_0 = 4 V$, $E_{1m} = 3 V$, $f_1 = 100 Hz$, $E_{2m} = 4 V$ et $f_2 = 900 Hz$. Le multiplieur doit se placer au centre de 4 carrés et être alimenté en $\pm 15 V$.

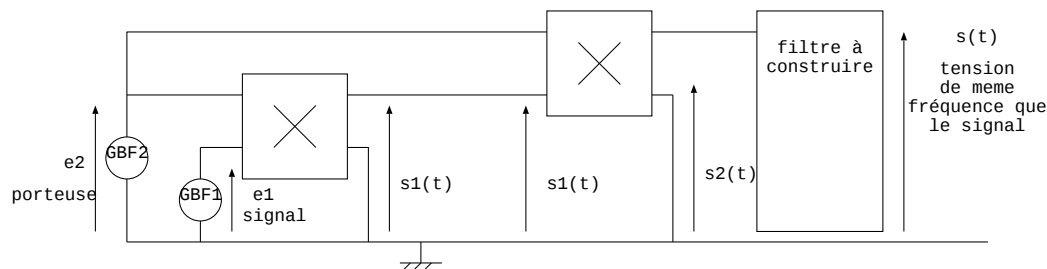
Observer $e_1(t)$ et $s_1(t)$ en voie 1 et 2 et les reproduire.

Observer le spectre de $s_1(t)$ et l'interpréter. Rappel: la multiplication de deux sinusoïdes de fréquences f_1 et f_2 donne un signal dont le spectre comprend deux pics de fréquences et

Compléter le montage précédent: observer $s_2(t)$ en voie 1 et observer et reproduire son spectre. Interpréter ce spectre.



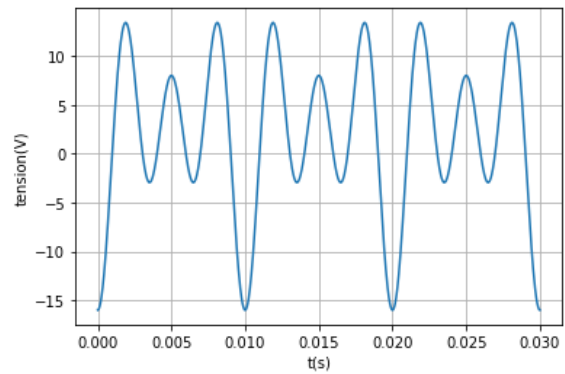
Pour finir: compléter le montage avec le filtre adapté pour que $s(t)$, la tension de sortie du filtre, soit de la même fréquence que le signal $e_1(t)$.



V. Exercice

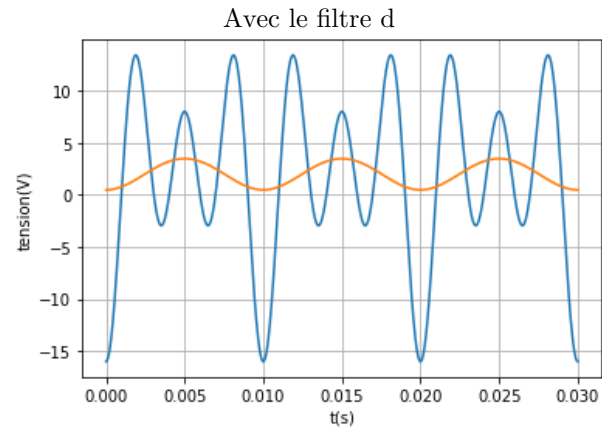
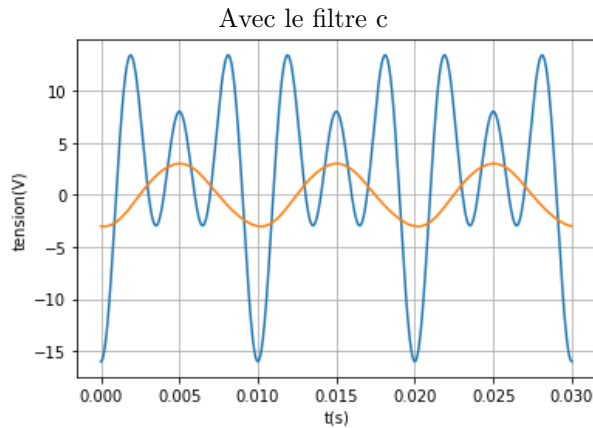
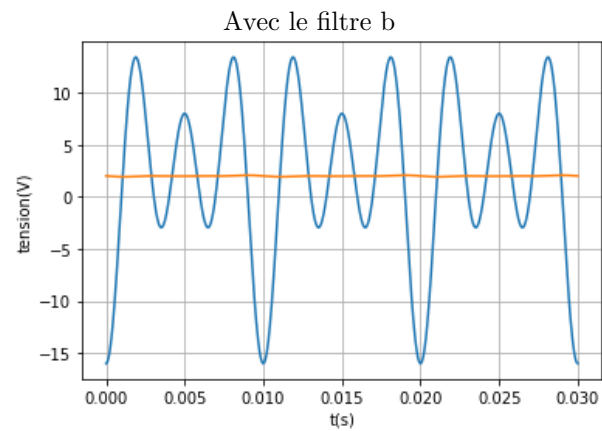
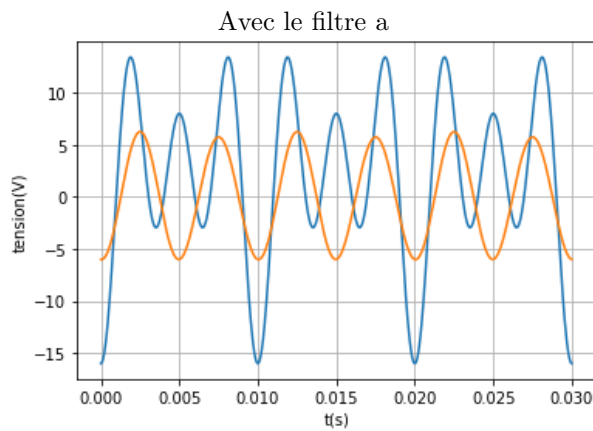
Soit la fonction $y_1(t)$ définie sous python par:

```
def y1(t):  
    y1=2  
    for i in range(1,4):  
        y1=y1+(-1**i)*3*i*np.cos(2*np.pi*i*f*t)  
    return y1
```



Tracer le spectre de $y_1(t)$.

La tension $y_1(t)$ est envoyée sur différents filtres. On donne sur les graphes suivants pour la tension d'entrée $y_1(t)$ et la tension de sortie après filtrage.



Tracer les spectres des tensions de sortie obtenues pour chacun des filtres et en déduire le type de filtre utilisé (sa nature : passe bande, passe bas ou passe haut, et éventuellement s'il est très sélectif et sa valeur possible pour sa fréquence de coupure ou sa fréquence de résonance).