

DS 3 de physique

Le sujet comprend trois exercices à traiter dans l'ordre de votre choix. Il est demandé de numéroté les pages au format i/N où i est le numéro de la page et N le nombre de pages.

Tous les résultats doivent être encadrés et justifiés. Quand vous utilisez une loi il faut donner le nom de la loi et préciser les hypothèses d'application.

I. Interféromètre de Michelson

On donne le schéma de principe d'un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air. On note Ox et Oy deux axes perpendiculaires définissant les directions des deux bras de l'interféromètre. S est une source lumineuse ponctuelle située sur Ox . M_1 et M_2 sont deux miroirs plans parfaitement réfléchissants, disposés perpendiculairement à Ox en H_1 et respectivement à Oy en H_2 . Le trait incliné à 45° , noté Ls , schématise un groupe de deux lames semi-réfléchissantes à faces parallèles. Ce groupe est supposé n'introduire aucune différence de marche sur les trajets lumineux. Lp désigne une lentille mince convergente placée à la sortie de l'interféromètre de manière à ce que son axe optique soit confondu avec l'axe Oy . Un écran E est placé dans le plan focal image de Lp . On note C le foyer image de Lp et f' sa distance focale image.

1. Nommer les lames qui composent Ls . Qu'est-ce qui les distingue ? Expliquer la nécessité pratique d'utiliser deux lames.

2. Un rayon lumineux, noté (r) , émis par S , a été représenté sur le schéma en annexe 1. Sur ce schéma, à rendre avec la copie, construire le miroir fictif M'_1 justifiant de la dénomination lame d'air. Construire jusqu'à l'écran, les rayons issus de S , réfléchis sur les miroirs M_1 et M_2 . On laissera apparent tout élément de construction (traits, prolongements de rayons, points remarquables, etc.) justifiant d'un tracé raisonné sans utilisation d'aucun rapporteur d'angle. Tout élément explicatif (noms, positions des points, constructions réalisées...) sera également mentionné.

3. En appelant e l'épaisseur de la lame d'air et en prenant l'indice optique de l'air égal à 1, démontrer la différence de marche δ au centre C de l'écran.

4. Quelle est la forme des franges d'interférences observées sur l'écran (justifier le résultat). Comment nomme-t-on ces franges?

5. Le centre de l'écran est brillant. On pose $p_0 = \frac{2e}{\lambda}$. Exprimer p_k , l'ordre d'interférence de la k ème frange brillante, en fonction de p_0 et k . Exprimer, dans les conditions de Gauss, r_k , le rayon de la k ème frange brillante en fonction de f' , k et p_0 . Donnée: $\cos i \approx 1 - \frac{i^2}{2}$

II. Réseau à échelottes

Un réseau échelotte (figure 2) est un réseau de miroirs placés en marches d'escalier. On note h la hauteur de la marche et a l'espacement horizontal entre les centres M_i de deux miroirs successifs. Le réseau est éclairé en incidence normale par une source lumineuse S ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde λ , située à l'infini. Après avoir rencontré le réseau, les rayons lumineux sont diffractés dans toutes les directions. La caméra d'observation est située au point P à l'infini, faisant un angle θ par rapport à la normale aux miroirs. Par ailleurs, la hauteur h est largement exagérée sur le schéma de la figure 2. On considérera que $-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ sans se préoccuper du fait que le rayon diffracté peut heurter la partie verticale de la marche voisine.

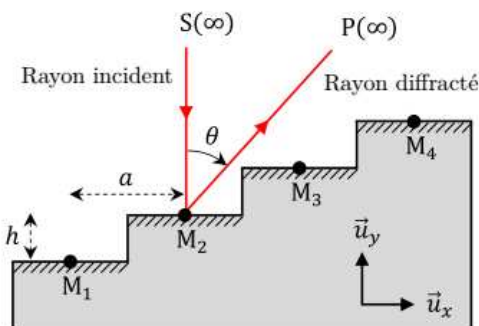


Figure 2 – Réseau échelotte

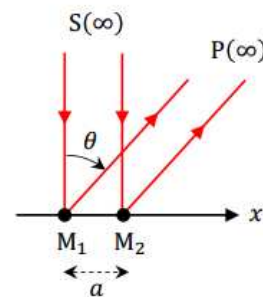


Figure 3 – Réseau de 2 miroirs ponctuels

On note I_N l'intensité lumineuse en P pour des interférences à N ondes et I_0 l'intensité d'une onde lumineuse, les ondes réfléchies sur les miroirs ont toutes la même intensité I_0 .

Interférences à deux ondes

On considère, dans un premier temps, un réseau de $N = 2$ miroirs ponctuels M_1 et M_2 , espacés d'une distance a et d'une hauteur $h = 0$ (figure 3).

1. Établir l'expression de la différence de marche $\delta = (SM_1P) - (SM_2P)$ entre les rayons passant par M_1 et M_2 en fonction de a et θ (attention les angles ne sont pas petits). En déduire l'expression du déphasage ϕ correspondant en fonction de a , θ et λ .

2. Donner l'expression de l'intensité $I_2(\phi)$ au point P en fonction de ϕ , puis la tracer.

Préciser, sans calcul, les valeurs de ϕ pour lesquelles on observe des franges brillantes et les valeurs de ϕ pour lesquelles on observe des franges sombres.

Interférences à N ondes

On considère à présent un réseau de $N \gg 1$ miroirs ponctuels M_1 à M_n , espacés d'une distance a et d'une hauteur $h = 0$.

3. Établir l'expression de la différence de marche $\delta_k = (SM_1P) - (SM_kP)$ entre les rayons passant par M_1 et M_k en fonction de δ et k pour $k \geq 1$. En déduire l'expression du déphasage ϕ_k correspondant en fonction de ϕ et k pour $k \geq 1$.

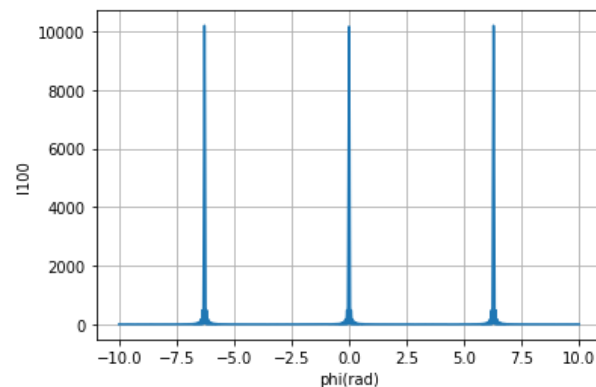
L'amplitude complexe totale diffractée au point P est la somme des amplitudes complexes de chacune des ondes diffractées sur les miroirs M_k soit:

$$\underline{A}_N = A_0(e^{-j\phi_1} + e^{-j\phi_2} + e^{-j\phi_3} + \dots + e^{-j\phi_N})$$

L'intensité lumineuse résultant de la superposition de ces N vibrations lumineuses au point P est obtenue en multipliant l'amplitude complexe $\underline{A}$ par son complexe conjugué $\underline{A}^*$: $I_N = \underline{A}_N \cdot \underline{A}_N^*$.

On désire tracer la courbe donnant l'intensité I_N en fonction de ϕ sous python. Pour cela on écrit le code suivant:

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 def instruction 1a:
5     A=1
6     for i in range(instruction 1b):
7         A=A+instruction 1c
8     return instruction 1d
9
10 phi=instructions 2a
11 plt.plot(instructions 2b)
12 plt.grid()
13 plt.xlabel(instruction 2c)
14 plt.ylabel(instruction 2d)
15 plt.show()
```



4. Compléter les instructions 1 qui définissent une fonction appelée *intensite* qui utilise les mêmes paramètres ϕ et N notés *phi* et *N*, qui retournent l'expression de l'intensité lumineuse I .

5. Compléter les instructions 2 qui permettent de tracer la courbe I_{100} . Commenter cette courbe.

Annexe python:

L'imaginaire pur j se note $1j$ et la fonction exponentielle se note $np.exp()$ sous numpy

`np.linspace(start,stop,N_points)`

Description : renvoie des nombres uniformément espacés sur un intervalle spécifié.

Arguments d'entrée : `start` : la valeur de départ de la séquence.
`stop` : la valeur de fin de la séquence.
`N_points` : Nombre d'échantillons à générer.

Argument de sortie : un tableau unidimensionnel de `N_points` éléments régulièrement espacés entre `start` et `stop`.

	Commande	Résultat
<i>Exemple :</i>	<code>np.linspace(1,5,5)</code>	<code>[1. 2. 3. 4. 5.]</code>

`a.conjugate()`

Description : renvoie le conjugué complexe de `a`, élément par élément.

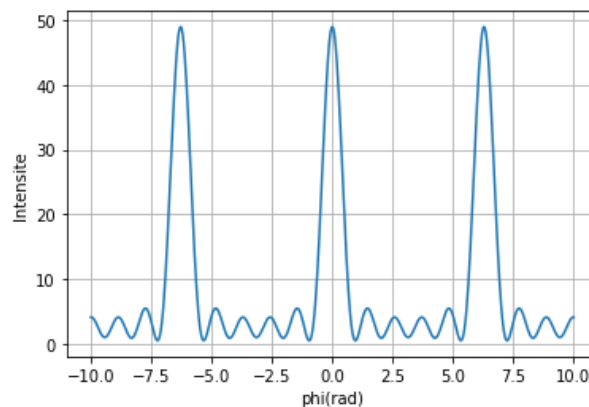
Argument d'entrée : `a`, un tableau de type array.

Argument de sortie : un tableau dont les éléments sont les conjugués complexes de `a`.

<i>Exemple</i>	<code>a=np.array([1j, 2+3j])</code>	
	Commande	Résultat
	<code>a.conjugate()</code>	<code>[-1.j, 2.-3.j]</code>

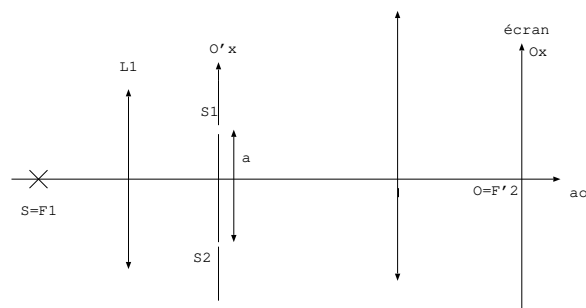
On admet que par le calcul pour N ondes l'intensité s'écrit: $I_N(\phi) = I_0 \left(\frac{\sin(\frac{N\phi}{2})}{\sin(\frac{\phi}{2})} \right)^2$.

- Donner, sans calcul, les valeurs de ϕ pour lesquelles on observe des franges brillantes.
- Déterminer, en fonction de N , l'expression de la largeur de la frange brillante d'ordre 0 et l'intensité de cette frange brillante (toutes les franges brillantes ont la même intensité et la même demi largeur).
- Déduire de deux façons différentes la valeur numérique de N correspondant à la courbe intensité en fonction de ϕ suivante:



III. Dispositif de Fraunhofer

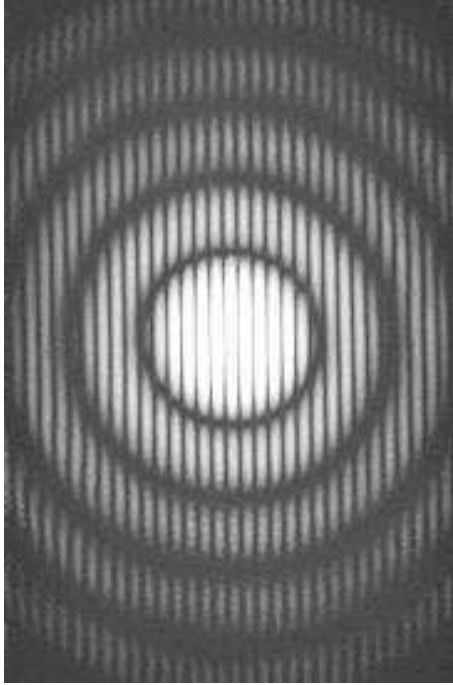
La source principale S monochromatique de longueur d'onde λ se situe au foyer objet de la lentille L_1 . L'écran est dans le plan focal image de la lentille L_2 . Entre les lentilles L_1 et L_2 , on dispose deux trous de rayon R identiques centrées en S_1 et S_2 avec $a = S_1S_2$. Données : $\lambda = 632 \text{ nm}$, $f'_1 = 40 \text{ cm}$ et $f'_2 = 50 \text{ cm}$.



1. Sur l'annexe 2, construire les deux rayons issus de S qui interfèrent en M . Exprimer en fonction de x (abscisse de M sur l'écran et des données, la différence de marche $\delta_{2/1}(M) = (SS_2M) - (SS_1M)$. En déduire l'expression de l'interfrange.

2. Construire sur un schéma, le champ d'interférences de ce dispositif et exprimer sa largeur Δx en fonction des données. Rappel: demi angle au sommet de la tache centrale de diffraction par un trou de rayon R : $\theta_{1/2} = \frac{1,22\lambda}{2R}$.

3. On donne la photo de l'écran:



On donne le code python permettant de calculer a et R en utilisant la méthode de Monte Carlo:

```
1 import numpy as np
2
3 #Données
4 f2,u_f2=50e-2,1e-2
5 l0=632e-9
6 f1,u_f1=40e-2,1e-2
7 # Mesures
8 Deltax=
9 u_Deltax=
10 i=
11 u_i=
12 # Tirage au sort pour la méthode de Monte Carlo
13 N=100
14 MC_Deltax=np.random.normal(Deltax,u_Deltax,N)
15 MC_i=np.random.normal(i,u_i,N)
16 MC_f1=np.random.normal(f1,u_f1,N)
17 MC_f2=np.random.normal(f2,u_f2,N)
18 # Exploitation
19 MC_a=
20 MC_R=
21 print(np.mean(MC_a),np.std(MC_a))
22 print(np.mean(MC_R),np.std(MC_R))
```

```
0.00016970308663798875 1.9351319218092367e-05
1.620619216924971e-05 7.357045247768964e-07
```

Estimer sur la photo Δx , l'incertitude $u(\Delta x)$ de cette mesure, l'interfrange i et estimer l'incertitude $u(i)$ de cette mesure.

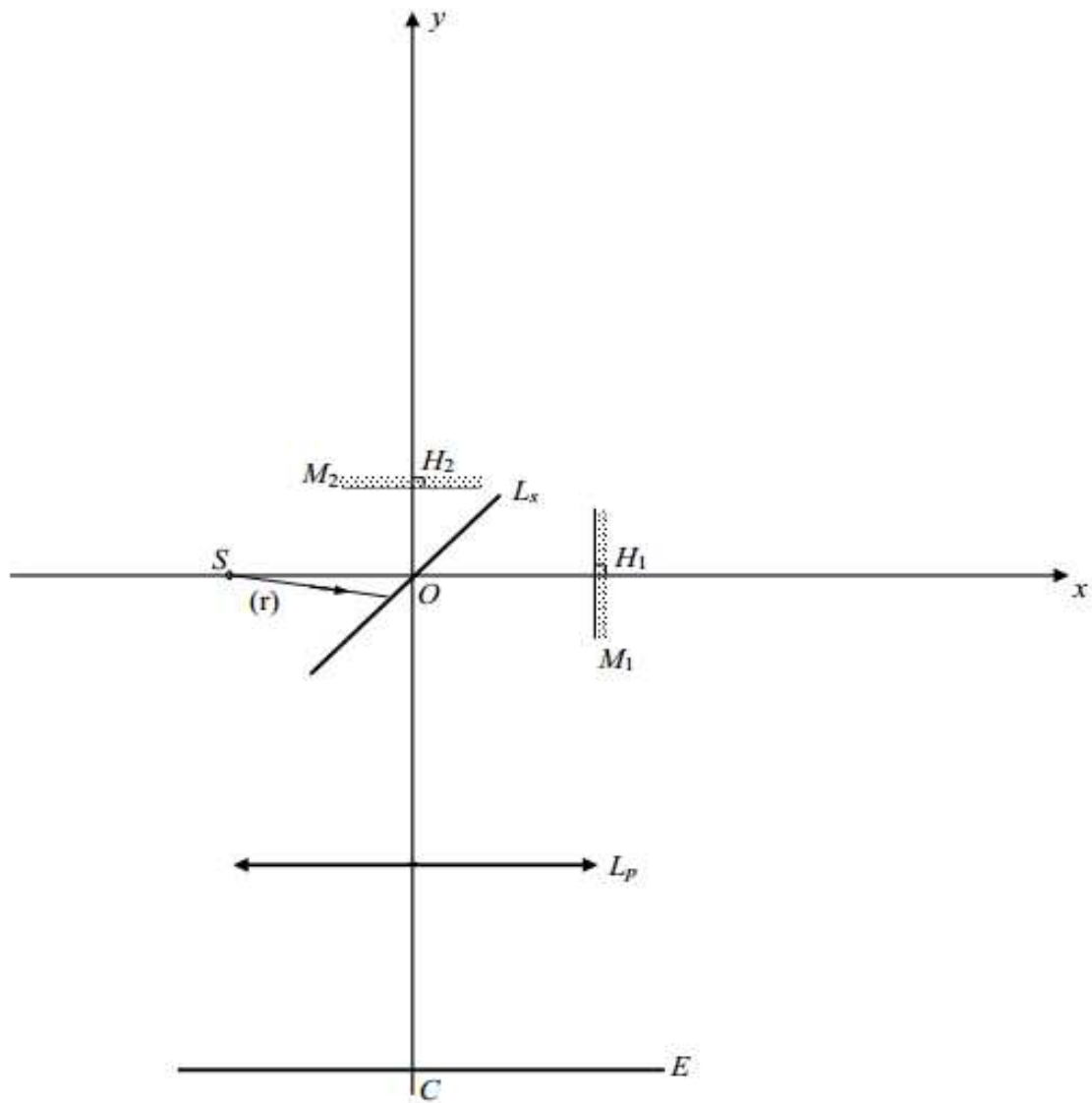
Compléter le code python lignes 8 à 11 et lignes 19 et 20.

Déduire des résultats les valeurs numériques de a et de R en tenant compte de leur incertitude.

4. On ajoute derrière S_1 une lame d'indice $n = 1,56$ et d'épaisseur $e = 16 \mu m$. Prévoir le sens de déplacement des franges et calculer le nombre de franges brillantes qui ont défilé au point O .

NOM:

Annexe 1:



Annexe 2:

