

Programme des colles de la semaine du 14 octobre 2024

Nombres réels. Trigonométrie

Quelques propriétés de la droite réelle

1. Relation d'ordre sur \mathbb{R} . Propriétés usuelles.
2. Intervalles de \mathbb{R} .
3. Valeur absolue
 - (a) Définition
 - (b) En exercice : écriture, pour tous $x, y \in \mathbb{R}$, de $\max(x, y)$ et $\min(x, y)$ à l'aide de x, y et $|x - y|$.
 - (c) Valeur absolue d'un produit, d'un quotient.
 - (d) Inégalité triangulaire¹. Généralisation à une somme de plus de deux termes¹.
 - (e) Interprétation, pour $x, a \in \mathbb{R}$, de $|x - a|$ comme la distance de x à a .
4. Majorant, minorant d'une partie de \mathbb{R} . Partie majorée, partie minorée, partie bornée.
5. Maximum (plus grand élément), minimum (plus petit élément) d'une partie de \mathbb{R} .
6. Borne supérieure, borne inférieure d'une partie de \mathbb{R} .
7. Théorème admis : si A est une partie non vide et majorée (resp. minorée) de \mathbb{R} , alors A admet une borne supérieure dans \mathbb{R} (resp. une borne inférieure dans \mathbb{R}).
8. Notation $\sup(A) = +\infty$ si A n'est pas majorée. Notation $\inf(A) = -\infty$ si A n'est pas minorée.
9. Partie entière d'un nombre réel. Caractérisation avec des encadrements. Croissance¹ de $x \mapsto [x]$. Graphe.

Trigonométrie

1. Cercle trigonométrique. Angles en radians.
2. Définition géométrique de cosinus et sinus. Propriétés usuelles :
 - Relation $\cos^2 + \sin^2 = 1$
 - Parité, périodicité, relations liées au décalage de π ou $\frac{\pi}{2}$ de l'angle
 - Angles ayant même cosinus ; même sinus
 - Valeurs classiques
 - Formules d'addition ; formules de duplication.
3. Exemples simples de résolutions d'équations ou d'inéquations trigonométriques en s'appuyant sur la lecture du cercle trigonométrique.
4. Tangente d'un angle. Propriétés usuelles du même type que celles énoncées ci-dessus.
5. Fonctions cosinus et sinus sur \mathbb{R} : graphes, dérivées.
6. Relation : $\forall x \in \mathbb{R}, |\sin(x)| \leq |x|$.
7. Fonction tangente : ensemble de définition, périodicité, parité, classe C^∞ , dérivée, graphe.
8. Fonctions circulaires réciproques
 - Fonction Arcsin : définition, sens de variation, parité, caractère C^∞ , dérivée, graphe.
 - Fonction Arccos : définition, sens de variation, caractère C^∞ , dérivée, graphe.
 - Fonction Arctan : définition, sens de variation, limites, parité, caractère C^∞ , dérivée, graphe.

Trigonométrie hyperbolique

1. Définitions des fonctions sinus hyperbolique et cosinus hyperbolique.
2. Pour chacune : dérivée, sens de variation, limites, parité, graphe.
3. Relation $\operatorname{ch}^2 - \operatorname{sh}^2 = 1$.

¹. Résultat démontré en cours.