Lycée Honoré de Balzac Novembre 2024
PCSI

Programme des colles de la semaine du 25 novembre 2024

Équations différentielles linéaires

Équations différentielles linéaires d'ordre 1

1. Équation du type $\forall t \in I,\ y'(t) + a(t)y(t) = b(t)$, d'inconnue $y : I \longrightarrow \mathbb{K}$ dérivable sur I, où a et b sont des fonctions continues sur I. Le cas où y' est multipliée par une fonction qui peut s'annuler donne lieu à l'étude de raccords ; quelques exemples simples ont été traités.
2. Cas d'une équation homogène
   (a) Stabilité de l'ensemble des solutions par combinaison linéaire [1]
   (b) Résolution de l'équation homogène.
3. Structure de l'ensemble des solutions d'une équation avec second membre : la résolution passe par la recherche d'une solution particulière.
4. Principe de superposition [1]
5. Méthode de variation de la constante
6. Dans le cas d'une équation à coefficient a constant et de seconds membres spécifiques, on sait sous quelle forme chercher une solution particulière
   (a) second membre constant
   (b) second membre produit d'une fonction polynomiale et d'une fonction exponentielle (du type $x \longmapsto e^{sx}$ où $s \in \mathbb{C}$)
   (c) second membre combinaison linéaire de $x \longmapsto \sin(\omega x + \varphi)$ et $x \longmapsto \cos(\omega x + \varphi)$, où $\omega, \varphi \in \mathbb{R}$, quand $a \in \mathbb{R}$.

Équations différentielles linéaires d'ordre 2 <u>à coefficients constants</u>

1. Équation homogène
   (a) Stabilité par combinaison linéaire de l'ensemble des solutions de l'équation homogène
   (b) Résolution de l'équation homogène : ensemble des solutions à valeurs complexes ; dans le cas de coefficients réels, ensemble des solutions à valeurs complexes et ensemble des solutions à valeurs réelles.
2. Équation avec second membre
   (a) Structure de l'ensemble des solutions
   (b) Principe de superposition
   (c) Recherche d'une solution particulière dans le cas d'un second membre polynomial, ou exponentiel, ou combinaison linéaire de $t \longmapsto \cos(\omega t)$ et $t \longmapsto \sin(\omega t)$, où $\omega \in \mathbb{R}$.
3. Problème de Cauchy. Théorème de Cauchy-Lipschitz dans le cas linéaire d'ordre 2 à coefficients constants (admis).

1. Résultat démontré en cours.