Lycée Honoré de Balzac — Novembre 2026
PCSI

Programme des colles de la semaine du 30 novembre 2026

Ensembles. Suites numériques

Questions de cours

1. Montrer que, quelles que soient les parties A et B d'un ensemble E, on a : $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ et $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.
2. Montrer que, quelles que soient les parties A et B d'un ensemble E, on a : $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.
3. Montrer que si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sont des suites bornées, alors leur somme et leur produit sont aussi des suites bornées.
4. Montrer que si $u_n \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \ell$, avec $\ell \in \mathbb{R}$, alors $|u_n| \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} |\ell|$.
5. Montrer que si $u_n \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \ell$ et $v_n \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \ell'$ avec $\ell, \ell' \in \mathbb{R}$, alors $u_n + v_n \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \ell + \ell'$.
6. Énoncer et démontrer le théorème d'encadrement.

Ensembles

1. Notion (intuitive) d'ensemble. Notation « $x \in E$ ». Description d'un ensemble au moyen d'accolades. Ensemble vide.
2. Parties d'un ensemble. Inclusion. Modèle de rédaction pour démontrer « à la main » une inclusion ; double inclusion pour montrer une égalité.
3. Ensemble des parties d'un ensemble. Notation $\mathcal{P}(E)$ pour l'ensemble des parties de l'ensemble E.
4. Complémentaire d'une partie d'un ensemble
   - Si A est une partie de E, notation $\overline{A}$ ou A^c pour le complémentaire.
   - Propriétés [1] : $\forall A \in \mathcal{P}(E),\ \overline{\overline{A}} = A, \quad \forall A, B \in \mathcal{P}(E),\ A \subset B \Longrightarrow \overline{B} \subset \overline{A}$.
5. Intersection de deux parties d'un ensemble E ; intersection pour une famille quelconque de parties de E.
   - Notion de parties disjointes.
   - Propriétés usuelles relatives à la manipulation des intersections (commutativité, associativité, cas d'une partie incluse dans une autre, ...)
6. Réunion de deux parties d'un ensemble E ; réunion pour une famille quelconque de parties de E. Propriétés usuelles relatives à la manipulation des réunions (commutativité, associativité, cas d'une partie incluse dans une autre, ...)
7. Propriétés
   (a) Complémentaire d'une intersection de deux parties [1]
   (b) Complémentaire d'une réunion de deux parties [1]
   (c) Distributivité [1] de $\cap$ sur $\cup$
   (d) Distributivité de $\cup$ sur $\cap$
8. Différence $A \setminus B = A \cap \overline{B}$ de deux parties d'un ensemble.
9. La différence symétrique $A\Delta B$ a été traitée en exemple.
10. Notion de recouvrement disjoint (resp. de partition) d'un ensemble.
11. Produit cartésien $E \times F$ de deux ensembles E et F.
    - Si A est une partie de E et si B est une partie de F, alors $A \times B \subset E \times F$.
    - Extension à la notion de p-uplet.

1. Résultat démontré en cours.

Suites numériques (la moitié du chapitre)

1. Notion de suite numérique. On évoque trois façons de définir une suite : explicitement (avec une formule) ; par une relation de récurrence ; implicitement.
2. Notion de suite extraite.
3. Quelques suites particulières (première partie)
   (a) Suites arithmétiques. Définition ; expression du terme général en fonction de l'indice ; somme de termes consécutifs.
   (b) Suites géométriques. Définition ; expression du terme général en fonction de l'indice ; somme de termes consécutifs.
   (c) Suites arithmético-géométriques. Définition ; méthode pour exprimer le terme général en fonction de l'indice.
4. Majorant, minorant, pour une suite réelle.
   (a) Une suite u est bornée ssi la suite $(|u_n|)_n$ est majorée.
   (b) La somme et le produit de deux suites bornées donnent des suites bornées [1].
5. Suite croissante, décroissante, monotone.
6. Limite finie pour une suite réelle
   (a) Définition (on fait le choix d'inégalités larges pour le jeu avec ε). Reformulations de la forme : pour tout intervalle ouvert contenant ℓ...
   (b) Unicité de la limite [1].
   (c) Une suite convergente est bornée [1]. Réciproque fausse.
   (d) Si $u_n \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \ell$, alors [1] $|u_n| \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} |\ell|$. Réciproque fausse.
   (e) Si $u_n \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} \ell$ et $\ell > 0$, alors [1] $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est strictement positive à partir d'un certain rang.
   (f) Opérations sur les limites finies.
   (g) Si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite qui converge vers 0 et si $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite bornée, alors le produit $(u_n v_n)_n$ est une suite qui converge vers 0.
   (h) Passage à la limite dans les inégalités larges [1].
   (i) Théorème d'encadrement [1].
7. Limite infinie pour une suite réelle
   (a) Définition.
   (b) Si : $\forall n,\ u_n \leqslant v_n$ et $u_n \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} +\infty$ (resp. $v_n \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} -\infty$) alors [1] $v_n \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} +\infty$ (resp. $u_n \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} -\infty$).
8. Récapitulatif des opérations sur les limites finies ou infinies, avec mise en valeur des cas d'indétermination (exemples pour montrer que tous les comportements sont possibles dans ces cas-là).
9. On fait mention d'un théorème qui sera revu dans le chapitre sur la continuité : si f est continue en x_0 et si $u_n \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} x_0$, alors $f(u_n) \underset{n\to\infty}{\longrightarrow} f(x_0)$.