

Programme des colles de la semaine du 26 février 2024

Limites et continuité

1. Notion de voisinage d'un point de \mathbb{R} , de $+\infty$, de $-\infty$.
2. Définition d'une limite finie d'une fonction en un point de \mathbb{R} , en $+\infty$, en $-\infty$.
3. Unicité de la limite.
4. Continuité en un point ; sur un intervalle.
5. Limite à gauche, limite à droite. Conditions sur les limites à gauche et à droite pour que la limite existe.
6. Continuité à gauche, continuité à droite.
7. Prolongement par continuité.
8. Si f admet une limite finie en x_0 , alors f est bornée au voisinage de x_0 .
9. Opérations sur les limites finies : somme, produit, composition. Propriétés correspondantes pour la continuité.
10. Limites infinies. Limite à gauche, limite à droite. Opérations.
11. Composée d'une suite et d'une fonction. Caractérisation séquentielle de la limite¹.
12. Limites et ordre
 - (a) Passage à la limite dans une inégalité, quand la limite existe.
 - (b) Théorème d'encadrement¹.
 - (c) Si $f \leq g$ et $\lim_{x_0} f = +\infty$ (resp. $\lim_{x_0} g = -\infty$) alors $\lim_{x_0} g = +\infty$ (resp. $\lim_{x_0} f = -\infty$).
13. Théorème de la limite monotone.
14. Théorème des valeurs intermédiaires. Corollaire dans le cas d'une fonction strictement monotone.
15. Image d'un segment par une fonction continue.
16. Théorème de la bijection.
17. Prolongement des définitions et des résultats qui restent valables au cas des fonctions d'une variable réelle à valeurs complexes. Caractérisation de la limite par les parties réelles et imaginaires.

1. Résultat démontré en cours.