Attention à ne pas abuser du symbole "$\Leftrightarrow$" ou "$\Rightarrow$".
Lorsqu'on fait une hypothèse ("On suppose"), les assertions qui s'en déduisent sont toutes vraies.
On utilise ainsi le terme "donc" pour exprimer les déductions et non le symbole "$\Leftrightarrow$" ou "$\Rightarrow$".
Par exemple ceci est correct :
Soit $n \in \mathbb{N}$. Supposons $\mathcal{P}(n)$ vrai. Alors $1 \leq u_n \leq 2$ donc $2 \leq u_n+1 \leq 3$ donc $\sqrt{2} \leq \sqrt{u_n+1} \leq \sqrt{3}$
Mais ceci est incorrect :
Soit $n \in \mathbb{N}$. Supposons $\mathcal{P}(n)$ vrai. $1 \leq u_n \leq 2 \Leftrightarrow 2 \leq u_n + 1 \leq 3 \Leftrightarrow \sqrt{2} \leq \sqrt{u_n+1} \leq \sqrt{3}$
Et ceci est également incorrect :
Soit $n \in \mathbb{N}$. Supposons $\mathcal{P}(n)$ vrai. $1 \leq u_n \leq 2 \Rightarrow 2 \leq u_n + 1 \leq 3 \Rightarrow \sqrt{2} \leq \sqrt{u_n+1} \leq \sqrt{3}$

Attention, pour étudier le signe de $3 - x^2$, il est compliqué d'utiliser le discriminant.
On procède ainsi :
$3 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \sqrt{3} \, ou \, x = -\sqrt{3}$
$3 - x^2 > 0 \Leftrightarrow x^2 < 3 \Leftrightarrow -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}$.

Attention à ne jamais oublier les quantificateurs.

Attention à ne pas se tromper d'ensemble lorsqu'on quantifie.
Par exemple ceci est correct :
Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $\frac{x}{x^2+3} = \frac{x}{x^2}\frac{1}{1+\frac{3}{x^2}} = \frac{1}{x}\frac{1}{1+\frac{3}{x^2}}$
Mais ceci est incorrect :
Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\frac{x}{x^2+3} = \frac{x}{x^2}\frac{1}{1+\frac{3}{x^2}} = \frac{1}{x}\frac{1}{1+\frac{3}{x^2}}$