Attention à ne pas abuser du symbole "$\Leftrightarrow$" ou "$\Rightarrow$".
Lorsqu'on fait une hypothèse ("On suppose"), les assertions qui s'en déduisent sont toutes vraies.
On utilise ainsi le terme "donc" pour exprimer les déductions et non le symbole "$\Leftrightarrow$" ou "$\Rightarrow$".
Par exemple ceci est correct :
Soit $n \in \mathbb{N}$. Supposons $\mathcal{P}(n)$ vrai. Alors $1 \leq u_n \leq 2$ donc $2 \leq u_n + 1 \leq 3$ donc $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{u_n+1} \leq \frac{1}{2}$...
Mais ceci est incorrect :
Soit $n \in \mathbb{N}$. Supposons $\mathcal{P}(n)$ vrai. $1 \leq u_n \leq 2 \Leftrightarrow 2 \leq u_n + 1 \leq 3 \Leftrightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{1}{u_n+1} \leq \frac{1}{2}$...
Et ceci est également incorrect :
Soit $n \in \mathbb{N}$. Supposons $\mathcal{P}(n)$ vrai. $1 \leq u_n \leq 2 \Rightarrow 2 \leq u_n + 1 \leq 3 \Rightarrow \frac{1}{3} \leq \frac{1}{u_n+1} \leq \frac{1}{2}$...

Attention, pour déterminer les racines de $-x^2 - 2x$, il est ridicule d'utiliser le discriminant.
On procède ainsi :
$-x^2 - 2x = -x(x+2)$ donc les racines du trinôme sont 0 et -2.

Attention à ne jamais oublier les quantificateurs.

Attention : pour montrer que pour tout $x \in [0, +\infty[$, $ln(1+x) \geq x - \frac{x^2}{2}$ et pour tout $x \in]0, 1]$, $ln(1+x) \leq x - \frac{x^2}{2}$, il faut adapter intelligement la méthode pour ne faire qu'une étude de fonction et pas deux : on pose $\varphi(x) = ln(1+x) - (x - \frac{x^2}{2})$ pour tout $x \in]-1, +\infty[$, on étudie φ afin d'en dresser le tableau de variations, puis on conclut que pour tout $x \in [0, +\infty[$, $\varphi(x) \geq 0$ donc $ln(1+x) \geq x - \frac{x^2}{2}$ et pour tout $x \in]0, 1]$, $\varphi(x) \leq 0$ donc $ln(1+x) \leq x - \frac{x^2}{2}$.