

Attention : il ne faut pas confondre f et $f(x)$.

Par exemple, tout ceci est correct :

"Le domaine de définition de f est \mathbb{R} ", " f est impaire", " f est dérivable",

"Le domaine de définition de sh est \mathbb{R} ", " sh est impaire", " sh est dérivable"

Mais tout ceci est incorrect :

"Le domaine de définition de $f(x)$ est \mathbb{R} ", " $f(x)$ est impaire", " $f(x)$ est dérivable",

"Le domaine de définition de $\text{sh}(x)$ est \mathbb{R} ", " $\text{sh}(x)$ est impaire", " $\text{sh}(x)$ est dérivable"

Attention : le domaine de définition d'un système à 2 inconnues est un ensemble de couples.

Attention : tout comme une équation, un système se résout par équivalences successives.

Attention : les solutions d'un système à 2 inconnues sont des couples.

Par exemple :

Le domaine de définition du système $\left\{ \begin{array}{l} e^x e^y = \frac{1}{e} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{array} \right.$ est $(\mathbb{R}^*)^2$.

$$\left\{ \begin{array}{l} e^x e^y = \frac{1}{e} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} e^{x+y} = e^{-1} \\ \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{6} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x+y = -1 \\ \frac{x+y}{xy} = \frac{1}{6} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x+y = -1 \\ -\frac{1}{xy} = \frac{1}{6} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x+y = -1 \\ xy = -6 \end{array} \right.$$

$\Leftrightarrow x$ et y sont les racines du trinôme $z^2 + z - 6$ ($(z-x)(z-y) = z^2 - (x+y)z + xy$)

$\Delta = 1^2 - 4 \times (-6) = 25 > 0$ donc le trinôme a deux racines distinctes $\frac{-1+\sqrt{25}}{2} = 2$ et $\frac{-1-\sqrt{25}}{2} = -3$

x et y sont les racines du trinôme $z^2 + z - 6 \Leftrightarrow (x, y) = (2, -3)$ ou $(x, y) = (-3, 2)$

Donc le système admet deux solutions qui sont $(2, -3)$ et $(-3, 2)$.

Attention : il faut savoir rédiger correctement et intégralement une composée de limites.

Par exemple :

$-2x \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} -\infty$ et $e^y \xrightarrow{y \rightarrow -\infty} 0$ donc $e^{-2x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$

$\text{sh}(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} +\infty$ et $\arctan(y) \xrightarrow{y \rightarrow +\infty} \frac{\pi}{2}$ donc $\arctan(\text{sh}(x)) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi}{2}$