

Attention : si une fonction est définie en donnant son ensemble de départ D ("... $f : D \rightarrow \mathbb{R}$..."), il n'y a pas besoin de chercher son domaine de définition.

Attention : il faut faire l'effort de connaître les méthodes du cours, sinon cela se voit dans les évaluations et donne très mauvaise impression.

Exemple de méthode à connaître :

Soit $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ continue strictement monotone. Posons $J = f(I)$.

	f strictement croissante	f strictement décroissante.
$I = [a, b]$	$J = [f(a), f(b)]$	$J = [f(b), f(a)]$
$I =]a, b[$	$J =]\lim_a f, \lim_b f[$	$J =]\lim_b f, \lim_a f[$
$I = [a, b[$	$J = [f(a), \lim_b f[$	$J =]\lim_b f, f(a)[$
$I =]a, b]$	$J =]\lim_a f, f(b)]$	$J = [f(b), \lim_a f[$

(a peut être égal à $-\infty$ si $a \notin I$ et b peut être égal à $+\infty$ si $b \notin I$)

Exemple de réponse donnant très mauvaise impression :

f est continue strictement décroissante sur $[e, +\infty[$ donc, d'après le théorème de la bijection, f induit une bijection de $[e, +\infty[$ dans $f([e, +\infty[) = [f(e), \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)[=]\frac{1}{e}, 0[$.

Exemple de bonne réponse :

f est continue strictement décroissante sur $[e, +\infty[$ donc, d'après le théorème de la bijection, f induit une bijection de $[e, +\infty[$ dans $f([e, +\infty[) =]\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), f(e)] =]0, \frac{1}{e}]$.

Attention : lorsqu'on justifie une limite il faut absolument détailler les composées et les limites obtenues par continuité.

Exemple de détails incoutournables dans la rédaction :

Par croissance comparée, $x \ln(x) \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0$. Or $\exp(y) \xrightarrow{y \rightarrow 0} \exp(0) = 1$ car \exp est continue.

Donc $\exp(x \ln(x)) \xrightarrow{x \rightarrow 0} 1$.

$1 + e^{-2x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 1$ (car $e^{-2x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$ car $-2x \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} -\infty$ et $e^y \xrightarrow{y \rightarrow -\infty} 0$) et $\ln(y) \xrightarrow{y \rightarrow 1} \ln(1) = 0$ (car \ln est continue) donc $\ln(1 + e^{-2x}) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$.