Attention : pour justifier une probabilité conditionnelle $P(B|A)$,
on commencer par supposer que A est réalisé.
Par exemple :
"Si C_n est réalisé alors le pion est sur C à l'étape n donc pour l'étape $n+1$ il sera sur C avec la probabilité $\frac{1}{3}$, sur A avec la probabilité $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ et sur B avec la probabilité $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$. Donc $P(A_{n+1}|C_n) = \frac{1}{3}$, $P(B_{n+1}|C_n) = \frac{1}{3}$ et $P(C_{n+1}|C_n) = \frac{1}{3}$."
Autre exemple :
"Remarquons que, puisque les boules tirées sont remplacées, le nombre de boules de l'urne reste égal à N. Soit $k \in X_n(\Omega)$. Si $(X_n = k)$ se réalise, pour le $n+1$-ième tirage il y a k boules rouges et N boules en tout dans l'urne. Donc $P(A_{n+1}|X_n = k) = \frac{k}{N}$."

Attention : avant d'appliquer la formule des probabilités totales,
il faut préciser le système complet d'évènements utilisé.
Par exemple :
"A_n,B_n,C_n forment un système complet d'évènement donc, d'après la formule des probabilités totales, $P(A_{n+1}) = P(A_{n+1}|A_n)P(A_n) + P(A_{n+1}|B_n)P(B_n) + P(A_{n+1}|C_n)P(C_n) = 0P(A_n) + \frac{1}{4}P(B_n) + \frac{1}{3}P(C_n)$."
Autre exemple :
"$(X_n = k)_{k \in X_n(\Omega)}$ est un système complet d'évènements, donc d'après la formule des probabilités totales, $P(A_{n+1}) = \sum\limits_{k \in X_n(\Omega)} P(A_{n+1}|X_n = k)P(X_n = k)$"

Attention à ne jamais oublier les quantificateurs.
Par exemple :
"$z = (1 - \frac{2}{N})z + 1 \Leftrightarrow \frac{2}{N}z = 1 \Leftrightarrow z = \frac{N}{2}$.
Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $E(X_{n+1}) = (1 - \frac{2}{N})E(X_n) + 1$ (E_1) et $\frac{N}{2} = (1 - \frac{2}{N})\frac{N}{2} + 1$ (E_2) donc $E(X_{n+1}) - \frac{N}{2} = (1 - \frac{2}{N})(E(X_n) - \frac{N}{2})$ $(E_1 - E_2)$. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $u_n = E(X_n) - \frac{N}{2}$. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = (1 - \frac{2}{N})u_n$. Donc $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est géométrique de raison $1 - \frac{2}{N}$. Donc pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = (1 - \frac{2}{N})^n u_0$ donc $E(X_n) - \frac{N}{2} = (1 - \frac{2}{N})^n(E(X_0) - \frac{N}{2}) = (1 - \frac{2}{N})^n(r - \frac{N}{2})$ donc $E(X_n) = (1 - \frac{2}{N})^n(r - \frac{N}{2}) + \frac{N}{2}$."