

Attention à ne pas confondre les connecteurs "et" et "ou"

Par exemple, ceci est correct :

$$x^2 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 1 \text{ et } x \neq -1$$

Mais ceci est incorrect :

$$x^2 \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 1 \text{ ou } x \neq -1$$

Attention : si pour tout  $x \in I$ ,  $v(x) > 0$  on peut dire que  $u(x)v(x)$  est de même signe que  $u(x)$   
si pour tout  $x \in I$ ,  $v(x) \geq 0$  on ne peut pas dire que  $u(x)v(x)$  est de même signe que  $v(x)$

Par exemple, ceci est correct :

Pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ ,  $f'(x) = \frac{\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1}{(x+1)^2}$  et  $(x+1)^2 > 0$  donc  $f'(x)$  est du signe de  $\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1$ .

Mais ceci est incorrect :

Pour tout  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ ,  $f'(x) = \frac{\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1}{(x+1)^2}$  et  $(x+1)^2 \geq 0$  donc  $f'(x)$  est du signe de  $\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1$ .

Attention à ne pas abuser du symbole " $\Leftrightarrow$ " ou " $\Rightarrow$ ".

Lorsqu'on fait une hypothèse ("On suppose"), les assertions qui s'en déduisent sont toutes vraies.  
On utilise ainsi le terme "donc" pour exprimer les déductions et non le symbole " $\Leftrightarrow$ " ou " $\Rightarrow$ ".

Par exemple ceci est correct :

Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Supposons  $\mathcal{P}(n)$  vrai. Alors  $5^n \geq n3^n$  donc  $5^{n+1} \geq 5n3^n$  donc  $5^{n+1} \geq \frac{5n}{3}3^{n+1}$

Mais ceci est incorrect :

Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Supposons  $\mathcal{P}(n)$  vrai. Alors  $5^n \geq n3^n \Leftrightarrow 5^{n+1} \geq 5n3^n \Leftrightarrow 5^{n+1} \geq \frac{5n}{3}3^{n+1}$

Et ceci est également incorrect :

Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Supposons  $\mathcal{P}(n)$  vrai. Alors  $5^n \geq n3^n \Rightarrow 5^{n+1} \geq 5n3^n \Rightarrow 5^{n+1} \geq \frac{5n}{3}3^{n+1}$

Attention, la notation  $(u(x))'$  est incorrecte, la notation  $u'(x)$  est correcte.

Par exemple, ceci est incorrect :

$$\dots (\ln(5 - x^2))' = \frac{-2x}{5-x^2} \dots$$

Mais ceci est correct :

$$\dots \text{ en posant } u(x) = \ln(5 - x^2), u'(x) = \frac{-2x}{5-x^2} \dots$$

Attention à ne jamais oublier les quantificateurs.

Attention à ne pas se tromper d'ensemble lorsqu'on quantifie.

Par exemple ceci est correct :

$$\text{Pour tout } x \in \mathbb{R}^*, \frac{-x^2+4x}{x^2+2} = \frac{-x^2}{x^2} \frac{1-\frac{4}{x}}{1+\frac{2}{x^2}} = -\frac{1-\frac{4}{x}}{1+\frac{2}{x^2}}.$$

Mais ceci est incorrect :

$$\text{Pour tout } x \in \mathbb{R}, \frac{-x^2+4x}{x^2+2} = \frac{-x^2}{x^2} \frac{1-\frac{4}{x}}{1+\frac{2}{x^2}} = -\frac{1-\frac{4}{x}}{1+\frac{2}{x^2}}.$$

Attention :

la courbe ne doit pas toucher la droite asymptote mais seulement s'en approcher de plus en plus