

Soit  $P$  une propriété concernant les fonctions et  $f$  une fonction.

Dire que " $f$  vérifie  $P$  sur  $I$ " est correct mais dire que " $f$  vérifie  $P$  pour tout  $x \in I$ " est incorrect.

Par exemple, ceci est correct :

" $f$  est continue strictement croissante sur  $[1, +\infty[$ "

Mais ceci est incorrect :

" $f$  est continue strictement croissante pour tout  $x \in [1, +\infty[$ "

Attention : une équation ou un système se résout par équivalences successives (jusqu'à la fin de la résolution) et il ne faut pas oublier de conclure ("Les solutions sont ..." ou "L'ensemble des solutions est ...")

Par exemple :

"Equation  $e^{2x} - e^x - 6 = 0$ .

Soit  $x \in \mathbb{R}$ .  $e^{2x} - e^x - 6 = 0 \Leftrightarrow y^2 - y - 6 = 0$  (en posant  $y = e^x$ )

$\Leftrightarrow y = 3$  ou  $y = -2$  ( $\Delta = (-1)^2 - 4 \times (-6) = 1 + 24 = 25$ ,  $\frac{1+\sqrt{25}}{2} = \frac{6}{2} = 3$  et  $\frac{1-\sqrt{25}}{2} = \frac{-4}{2} = -2$ )

$\Leftrightarrow e^x = 3$  ou  $e^x = -2$   $\Leftrightarrow e^x = 3 \Leftrightarrow x = \ln(3)$ .

car  $e^x > 0$

Donc l'unique solution de l'équation est  $\ln(3)$ ."

Attention, pour justifier " $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} f(a)$ ", il faut écrire "car  $f$  est continue".

Par exemple :

" $\exp(y) \xrightarrow{y \rightarrow 0} \exp(0) = 1$  car  $\exp$  est continue"

" $\ln(y) \xrightarrow{y \rightarrow 1} \ln(1) = 0$  car  $\ln$  est continue"

Attention : lorsqu'on justifie une composée par " $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} L$  et  $g(y) \xrightarrow{y \rightarrow L} M$ ",

il ne faut pas oublier de conclure "donc  $g(f(x)) \xrightarrow{x \rightarrow a} M$ ".

Par exemple, après avoir justifié " $\text{sh}(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} +\infty$  et  $\arctan(y) \xrightarrow{y \rightarrow +\infty} \frac{\pi}{2}$ ",

il ne faut pas oublier de conclure "donc  $\arctan(\text{sh}(x)) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi}{2}$ ".

Attention à ne jamais oublier les quantificateurs.

Par exemple :

"Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(-x) = \ln(\text{ch}(-x) + 1) = \ln(\text{ch}(x) + 1) = f(x)$  donc  $f$  est paire."

"Pour tout  $x \in ]0, +\infty[$ ,  $|x| = x$  donc  $f'(x) = \frac{2}{1+x^2}$ . Par passage aux primitives, il existe  $C \in \mathbb{R}$  tel que pour tout  $x \in ]0, +\infty[$ ,  $f(x) = 2\arctan(x) + C$ ."