

Attention : les notations " \forall " et " \exists " peuvent être utilisées dans une formule mathématique, mais ne doivent pas être utilisées dans un texte mathématique en guise d'abréviations. Dans un texte mathématique il faut écrire "pour tout" et "il existe".

Attention à ne jamais oublier les quantificateurs.

Pour montrer une implication $P \Rightarrow Q$, on peut rédiger : "Supposons P . Alors .. donc .. donc Q ".

Pour montrer une équivalence $P \Leftrightarrow Q$, on peut rédiger : " $P \Leftrightarrow .. \Leftrightarrow .. \Leftrightarrow Q$ ".

Attention, il est incorrect de mélanger ces deux modes de rédaction :

"On suppose $P.. \Leftrightarrow .. \Leftrightarrow .. \Leftrightarrow Q$ " est incorrect.

Pour justifier qu'une famille de trois vecteurs (x_1, x_2, x_3) est libre il est insuffisant d'affirmer que x_1, x_2 et x_3 ne sont pas coplanaires car le fait que x_1, x_2 et x_3 ne sont pas coplanaires n'est pas évident. Pour montrer qu'une famille de trois vecteurs (x_1, x_2, x_3) est libre on utilisera donc la définition avec la méthode de rédaction habituelle : on fixe $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \in \mathbb{K}^3$, on suppose que $\lambda_1 \cdot x_1 + \lambda_2 \cdot x_2 + \lambda_3 \cdot x_3 = 0_E$ puis on montre que $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$. Par contre, on évitera d'utiliser des augmentations : on évitera de dire que (x_1) est libre car x_1 non nul, (x_1, x_2) est libre car x_2 n'est pas cl de x_1 , puis que (x_1, x_2, x_3) est libre après avoir justifié que x_3 n'est pas cl de x_1 et x_2 . On utilisera des augmentations seulement lorsqu'on devra obtenir une base par extraction d'une famille génératrice ou par complétion d'une famille libre.

Pour montrer que F est un sev, si F est égal à un ensemble de combinaisons linéaires $Vect(\dots, \dots, \dots)$, il vaut mieux montrer que $F = Vect(\dots, \dots, \dots)$ puis en déduire que F est un sev, plutôt que d'utiliser le raccourci de la définition pour montrer que F est un sev, car la première méthode est plus rapide.

Avant d'affirmer que $Vect(x_1, \dots, x_n)$ est un sev de E ,

il faut justifier que $x_1 \in E, \dots, x_n \in E$ si cela n'est pas évident.

Par exemple :

G l'ensemble des fonctions de la forme $\begin{cases} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \lambda e^x + \mu e^{-x} \end{cases}$ avec $(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2$.

Définissons $a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et $b : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ par $a(x) = e^x$ et $b(x) = e^{-x}$

Soit $(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2$. L'application $\begin{cases} \mathbb{R} & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \lambda e^x + \mu e^{-x} \end{cases}$ est égale à $\lambda a + \mu b$.

$G = \{\lambda a + \mu b \mid (\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2\} = Vect(a, b)$

$a \in \mathcal{D}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ et $b \in \mathcal{D}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ par théorèmes opératoires.

Donc G est un sev de $\mathcal{D}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$.