

Attention : le domaine de définition d'un système à deux inconnues est un ensemble de couples.

Par exemple, le domaine de définition du système $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2} \\ \ln(x) + \ln(y) = \ln(2) \end{cases}$

est $]0, +\infty[^2$ (qui est un ensemble de couples),

mais ne peut pas être $]0, +\infty[$ (qui n'est pas un ensemble de couples).

Attention : tout comme une équation, un système se résout par équivalences successives

Attention : l'équivalence $\begin{cases} x + y = S \\ xy = P \end{cases} \Leftrightarrow x \text{ et } y \text{ sont les racines du trinôme } z^2 - Sz + P$

se justifie en écrivant $(z - x)(z - y) = z^2 - (x + y)z + xy$

Par exemple :

" $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{2} \\ \ln(x) + \ln(y) = \ln(2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+y}{xy} = \frac{3}{2} \\ \ln(xy) = \ln(2) \end{cases} \underset{\text{car } \ln \text{ injective}}{\Leftrightarrow} \begin{cases} x + y = \frac{3}{2}xy \\ xy = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ xy = 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x \text{ et } y \text{ sont les racines du trinôme } z^2 - 3z + 2$ (car $(z - x)(z - y) = z^2 - (x + y)z + xy$)

$\Delta = (-3)^2 - 4 \times 2 = 9 - 8 = 1 > 0$

donc le trinôme a deux racines distinctes $\frac{3+\sqrt{1}}{2} = \frac{4}{2} = 2$ et $\frac{3-\sqrt{1}}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$x \text{ et } y \text{ sont les racines du trinôme } z^2 - 3z + 2 \Leftrightarrow (x, y) = (2, 1) \text{ ou } (x, y) = (1, 2)$

Donc le système admet deux solutions qui sont $(2, 1)$ et $(1, 2)$."

Attention à ne jamais oublier les quantificateurs.

Par exemple :

"Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln\left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right) = x + \ln(2) - \ln(e^x + e^{-x}) = x + \ln(2) - \ln(e^x(1 + e^{-2x}))$
 $= x + \ln(2) - \ln(e^x) - \ln(1 + e^{-2x}) = x + \ln(2) - x - \ln(1 + e^{-2x}) = \ln(2) - \ln(1 + e^{-2x})$ "

"Pour tout $x \in]-1, 1[$, $f'(x) = \frac{1}{2} \arcsin'(x)$. Par primitives, il existe $C \in \mathbb{R}$ tel que
 pour tout $x \in]-1, 1[$, $f(x) = \frac{1}{2} \arcsin(x) + C$."

Attention : étant donnée une propriété $\mathcal{P}(x)$ dépendant d'une variable $x \in D$,

"Pour tout $x \in D$, $\mathcal{P}(x)$ est vraie." est correct, mais "Sur D , $\mathcal{P}(x)$ est vraie" est incorrect.

Par exemple, ceci est correct : "Pour tout $x \in [0, +\infty[$, $\varphi(x) \geq 0$ donc $\arctan(x) \leq x$ "

Mais ceci est incorrect : "Sur $[0, \infty[$, $\varphi(x) \geq 0$ donc $\arctan(x) \leq x$ "

Attention : lorsqu'on étudie le signe de $f'(x)$ pour tout $x \in D$, si pour tout $x \in D$, $f'(x) \leq 0$,
 il faut aussi résoudre l'équation $f'(x) = 0$.

Par exemple : "pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\varphi'(x) = -\frac{x^2}{1+x^2}$ donc $\varphi'(x) \leq 0$ (car $-x^2 \leq 0$ et $1 + x^2 \geq 0$)
 et $\varphi'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ "

Attention : lorsqu'on justifie les limites, on détaille toujours les composées.

Par exemple : $-2x \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} -\infty$ et $e^y \xrightarrow{y \rightarrow -\infty} 0$ donc $e^{-2x} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$

Attention : certaines limites se justifient par continuité

Par exemple : $\ln(y) \xrightarrow{y \rightarrow 1} \ln(1) = 0$ car $\ln$ est continue.

Attention : lorsqu'on trace la courbe d'une fonction dans le plan muni d'un repère orthonormal direct, il ne faut pas oublier de tracer les vecteurs du repère, les tangentes aux points particuliers, et les asymptotes.

Attention : la notation $u'(x)$ est correcte, mais la notation $(u(x))'$ est incorrecte.

Par exemple, ceci est incorrect : " $\dots(\sqrt{\frac{x+1}{2}})' = \frac{\frac{1}{2}}{2\sqrt{\frac{x+1}{2}}} \dots$ "

Mais ceci est correct : "...en posant $u(x) = \sqrt{\frac{x+1}{2}}$, $u'(x) = \frac{\frac{1}{2}}{2\sqrt{\frac{x+1}{2}}} \dots$ "