

Soit P une propriété concernant les fonctions et f une fonction.

Dire que " f vérifie P sur I " est correct mais dire que " f vérifie P pour tout $x \in I$ " est incorrect.

Par exemple, ceci est correct :

" f est continue strictement croissante sur $] - \infty, -1]$ "

Mais ceci est incorrect :

" f est continue strictement croissante pour tout $x \in] - \infty, -1]$ "

Attention à ne pas confondre une fonction f et une image de cette fonction $f(x)$.

Par exemple :

Ceci est correct : " f est dérivable", mais ceci est incorrect : " $f(x)$ est dérivable".

Ceci est correct : " $f'(x)$ est du signe de $x+1$ ", mais ceci est incorrect : " f' est du signe de $x+1$ ".

Attention, $\frac{\pi}{2} + \pi\mathbb{Z} = \{\frac{\pi}{2} + k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ est un ensemble.

Donc " $\mathbb{R} \setminus (\frac{\pi}{2} + \pi\mathbb{Z})$ " est correct, mais " $\mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + \pi\mathbb{Z}\}$ " est incorrect.

Attention, la variable d'une limite ne doit pas être quantifiée

Donc " $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} +\infty$ " est correct, mais "Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} +\infty$ " est incorrect.

Attention : une équation ou un système se résout par équivalences successives (jusqu'à la fin de la résolution) et il ne faut pas oublier de conclure ("Les solutions sont ..." ou "L'ensemble des solutions est ...")

Par exemple :

"Equation $e^{2x} - 4e^x + 3 = 0$.

Soit $x \in \mathbb{R}$. $e^{2x} - 4e^x + 3 = 0 \Leftrightarrow y^2 - 4y + 3 = 0$ (en posant $y = e^x$)

$\Leftrightarrow y = 1$ ou $y = 3$ ($\Delta = (-4)^2 - 4 \times 3 = 16 - 12 = 4$, $\frac{4+\sqrt{4}}{2} = \frac{6}{2} = 3$ et $\frac{4-\sqrt{4}}{2} = \frac{2}{2} = 1$)

$\Leftrightarrow e^x = 1$ ou $e^x = 3 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \ln(3)$.

Donc les solutions de l'équation sont 0 et $\ln(3)$."

Attention, pour justifier " $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} f(a)$ ", il faut écrire "car f est continue".

Par exemple :

" $\exp(y) \xrightarrow{y \rightarrow 0} \exp(0) = 1$ car $\exp$ est continue"

" $\ln(y) \xrightarrow{y \rightarrow 1} \ln(1) = 0$ car $\ln$ est continue"

Attention : lorsqu'on justifie une composée par " $f(x) \xrightarrow{x \rightarrow a} L$ et $g(y) \xrightarrow{y \rightarrow L} M$ ",

il ne faut pas oublier de conclure "donc $g(f(x)) \xrightarrow{x \rightarrow a} M$ ".

Par exemple, après avoir justifié " $e^x \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} +\infty$ et $\arctan(y) \xrightarrow{y \rightarrow +\infty} \frac{\pi}{2}$ ",

il ne faut pas oublier de conclure "donc $\arctan(e^x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \frac{\pi}{2}$ ".

Attention à ne jamais oublier les quantificateurs.

Par exemple :

"Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $\frac{f(x)}{x} = 1 - 2\frac{\arctan(e^x)}{x}$,"

"Pour tout $x \in]0, +\infty[$, $\ln(\text{sh}(x)) = \ln(\frac{e^x - e^{-x}}{2}) = \ln(\frac{e^x(1 - e^{-2x})}{2})$
 $= \ln(e^x) + \ln(1 - e^{-2x}) - \ln(2) = x + \ln(1 - e^{-2x}) - \ln(2)$ "

"Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(-x) = \arcsin(\frac{2(-x)}{1+(-x)^2}) = \arcsin(-\frac{2x}{1+x^2}) = -\arcsin(\frac{2x}{1+x^2}) = -f(x)$.

Donc f est impaire. "

" Pour tout $x \in] - 1, 1[$, $f'(x) = \frac{2}{1+x^2}$ car $|1 - x^2| = 1 - x^2$ car $1 - x^2 \geq 0$.

Par passage aux primitives, il existe $C \in \mathbb{R}$ tel que pour tout $x \in] - 1, 1[$, $f(x) = 2\arctan(x) + C$."

Lorsque les théorèmes opératoires ne permettent pas de montrer que f est dérivable, mais seulement que la restriction de f sur I est dérivable, il faut rédiger ainsi :

"D'après les théorèmes opératoires, f est dérivable sur I et pour tout $x \in I$, $f'(x) = \dots$ "
et surtout sans oublier le "sur I ".