

Attention : pour justifier une probabilité conditionnelle  $P(B|A)$ ,

on commencer par supposer que A est réalisé.

Par exemple :

"Si  $A_n$  est réalisé alors le pion est sur  $A$  à l'étape  $n$  donc pour l'étape  $n + 1$  il sera sur  $A$  avec la probabilité 0, sur  $B$  avec la probabilité  $\frac{1}{2}$  et sur  $C$  avec la probabilité  $\frac{1}{2}$ . Donc  $P(A_{n+1}|A_n) = 0$ ,  $P(B_{n+1}|A_n) = \frac{1}{2}$  et  $P(C_{n+1}|A_n) = \frac{1}{2}$ ."

Autre exemple :

"Si  $(X_n = k)$  est réalisé, pour le  $n + 1$ -ième tirage il y a  $k$  boules dans l'urne numérotées  $1, 2, \dots, k$  et la boule numéro  $l$  est une de ces boules (car  $l \leq k$ ). Donc  $P(X_{n+1} = l|X_n = k) = \frac{1}{k}$ ."

Attention : avant d'appliquer la formule des probabilités totales,

il faut préciser le système complet d'évènements utilisé.

Par exemple :

" $A_n, B_n, C_n$  forment un système complet d'évènement donc, d'après la formule des probabilités totales,  $P(A_{n+1}) = P(A_{n+1}|A_n)P(A_n) + P(A_{n+1}|B_n)P(B_n) + P(A_{n+1}|C_n)P(C_n) = 0P(A_n) + \frac{1}{4}P(B_n) + \frac{1}{3}P(C_n)$ ."

Autre exemple :

" $(X_n = k)_{k \in \llbracket 1, N \rrbracket}$  est un système complet d'évènements donc, d'après la formule des probabilités totales,  $P(X_{n+1} = l) = \sum_{k=1}^N P(X_{n+1} = l|X_n = k)P(X_n = k)$ "

Attention : pour justifier " $x \leq y \Leftrightarrow f(x) \leq f(y)$ ", " $f$  est strictement croissante" est suffisant mais " $f$  est croissante est insuffisant" (car justifier l'implication de droite à gauche revient à justifier sa contraposée " $x > y \Rightarrow f(x) > f(y)$ ")

Par exemple :

pour justifier "l'évènement ( $tX \geq ta$ ) est égal à ( $e^{tX} \geq e^{ta}$ )", "exp est strictement croissante" est suffisant mais "exp est croissante" est insuffisant.

Attention à ne jamais oublier les quantificateurs.

Par exemple :

" $E(X) = E(X_1 + \dots + X_n) = E(X_1) + \dots + E(X_n)$ . Or pour tout  $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$ ,  $E(X_i) = \frac{p(2p-1)}{n(2n-1)}$  car  $X_i \sim \mathcal{B}(\frac{p(2p-1)}{n(2n-1)})$ . Donc  $E(X) = \underbrace{\frac{p(2p-1)}{n(2n-1)} + \dots + \frac{p(2p-1)}{n(2n-1)}}_{n \text{ termes}} = n \frac{p(2p-1)}{n(2n-1)} = \frac{p(2p-1)}{2n-1}$ ."

(Ne pas oublier le "pour tout")

Attention, lorsqu'on détermine la loi d'une va, il faut commencer par donner le support.

Par exemple, si  $X$  suit la loi binômiale de paramètres 3 et  $\frac{1}{4}$  et que l'on demande de préciser la loi de  $X$  la réponse est :

$$"X(\Omega) = \llbracket 0, 3 \rrbracket. P(X = 0) = \binom{3}{0} (1 - \frac{1}{4})^{3-0} (\frac{1}{4})^0 = (\frac{3}{4})^3 = \frac{27}{64}.$$

$$P(X = 1) = \binom{3}{1} (1 - \frac{1}{4})^{3-1} (\frac{1}{4})^1 = 3(\frac{3}{4})^2 \frac{1}{4} = (\frac{3}{4})^3 = \frac{27}{64}.$$

$$P(X = 2) = \binom{3}{2} (1 - \frac{1}{4})^{3-2} (\frac{1}{4})^2 = 3(\frac{3}{4})(\frac{1}{4})^2 = \frac{3^2}{4^3} = \frac{9}{64}.$$

$$P(X = 3) = \binom{3}{3} (1 - \frac{1}{4})^{3-3} (\frac{1}{4})^3 = (\frac{1}{4})^3 = \frac{1}{64}."$$

(sans oublier de commencer par préciser le support  $X(\Omega)$ )

Avant d'utiliser le théorème de transfert, il faut préciser le support de la loi.

Par exemple :

"D'après le théorème de transfert, puisque  $Y(\Omega) = \{-1, 0, 1\}$ ,

$$E(e^{tY}) = P(Y = -1)e^{-t} + P(Y = 0)e^{0t} + P(Y = 1)e^{t}$$