

Attention à ne jamais oublier les parenthèses lorsqu'elles sont nécessaires.

Par exemple, $(n+1)! = n!(n+1)$ est correct, mais $(n+1)! = n!n+1$ est incorrect.

Attention : pour déterminer les racines d'un trinôme $ax^2 + bx$, la factorisation est évidente donc il est inutilement compliqué d'utiliser le discriminant.

Par exemple :

$-x^2 - 2x = -x(x+2)$ donc les racines du trinôme sont 0 et -2 .

Attention à ne jamais oublier les quantificateurs.

Par exemple :

"Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, $\frac{x+1}{x^2+x+1} = \frac{x}{x^2} \frac{1+\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}} = \frac{1}{x} \frac{1+\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}$. Donc $\frac{x+1}{x^2+x+1} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$ et $\frac{x+1}{x^2+x+1} \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} 0$."

"Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$, $f(-x) = \frac{(-x)^3}{2((-x)^2-4)} = \frac{-x^3}{2(x^2-4)} = -\frac{x^3}{2(x^2-4)} = -f(x)$. Donc f est impaire."

(Ne pas oublier le quantificateur "Pour tout")

Attention : il faut connaître la méthode qui, pour montrer que, pour tout $x \in I$, $f(x) \geq g(x)$, consiste à poser, pour tout $x \in I$, $\varphi(x) = f(x) - g(x)$, à étudier φ afin d'en dresser le tableau de variations (sans limites) et à en déduire que pour tout $x \in I$, $\varphi(x) \geq 0$ donc $f(x) \geq g(x)$.

Par exemple, pour montrer que, pour tout $x \in]-1, +\infty[$, $\ln(1+x) \leq x$, on pose, pour tout $x \in]-1, +\infty[$, $\varphi(x) = x - \ln(1+x)$, on étudie φ afin d'en dresser le tableau de variations (sans limites) et on en déduit que pour tout $x \in]-1, +\infty[$, $\varphi(x) \geq 0$ donc $\ln(1+x) \leq x$.

Attention : lorsqu'on demande d'étudier une fonction et d'en dresser le tableau de variations afin d'en déduire les extrema, la réponse doit se terminer par une phrase de conclusion déduite du tableau de variations.

Par exemple :

"D'après le tableau de variations :

f admet 1 pour maximum atteint en 0

f admet $-\frac{1}{3}$ pour minimum atteint en -2 "

Attention : lorsqu'on justifie une limite, il faut préciser les composées et les limites obtenues par continuité.

Par exemple,

" $-x \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} -\infty$ et $\exp(y) \xrightarrow{y \rightarrow -\infty} 0$ donc $\exp(-x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$

$-\exp(-x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 0$ et $\exp(y) \xrightarrow{y \rightarrow 0} \exp(0) = 1$ car $\exp$ continue donc $\exp(-\exp(-x)) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} 1$ "

Attention : si pour tout $x \in I$, $v(x) > 0$ on peut dire que $u(x)v(x)$ est de même signe que $u(x)$ si pour tout $x \in I$, $v(x) \geq 0$ on ne peut pas dire que $u(x)v(x)$ est de même signe que $v(x)$

Par exemple, ceci est correct :

Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$,

$$f'(x) = \frac{3x^2(x^2-4)-x^3 \times 2x}{2(x^2-4)^2} = \frac{(3x^4-12x^2)-2x^4}{2(x^2-4)^2} = \frac{x^4-12x^2}{2(x^2-4)^2} = \frac{x^2(x^2-12)}{2(x^2-4)^2}$$

donc, puisque $2(x^2-4)^2 > 0$, $f'(x)$ est du signe de $x^2(x^2-12)$.

Mais ceci est incorrect :

Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$,

$$f'(x) = \frac{3x^2(x^2-4)-x^3 \times 2x}{2(x^2-4)^2} = \frac{(3x^4-12x^2)-2x^4}{2(x^2-4)^2} = \frac{x^4-12x^2}{2(x^2-4)^2} = \frac{x^2(x^2-12)}{2(x^2-4)^2}$$

donc, puisque $2(x^2-4)^2 > 0$ et $x^2 \geq 0$, $f'(x)$ est du signe de x^2-12 .

Attention : ne pas confondre une fonction u et une image de cette fonction $u(x)$.

Par exemple, ceci est correct :

" f est dérivable" et " $f'(x)$ est du même signe que $x^2(x^2-12)$ "

Mais ceci est incorrect :

" $f(x)$ est dérivable" et " f' est du même signe que $x^2(x^2-12)$ "