PCSI 24/25 - Programme de colle de Mathématiques n° 5 : du 14 au 18 octobre 2024

Nombres complexes .

1. Définition générale d'équation algébrique. Racine a d'une fonction polynomiale P, factorisation de $P(z)$ par $z-a$. Une fonction polynomiale P de degré n admet au plus n racines distinctes.
2. Racines carrées d'un complexe non nul.

   Résolution des équations du second degré à coefficients dans $\mathbb{C}$. Lien entre coefficients et solutions. Cas réel.

   Pour S et P donnés dans $\mathbb{C}$, les solutions du système $\left\{\begin{array}{l} x+y=S \\ xy=P \end{array}\right.$ d'inconnue (x,y) dans $\mathbb{C}^2$ s'obtiennent avec les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^2-Sz+P=0$, d'inconnue z.
3. Relation entre angles orientés du plan et arguments de complexes.

   Conditions d'alignement, d'orthogonalité dans le plan à l'aide des affixes.

   Equation cartésienne d'un cercle et caractérisation à l'aide des complexes.

Parties d'un ensemble. Fonctions et applications.

1. Rappels sur les symboles $\in$, $\notin$, $\subset$, $\not\subset$. Ecritures d'ensembles. Egalité. Opérations sur les ensembles.
2. Pour deux ensembles non vides E et F, une fonction f de E dans F associe à chaque élément x de E au plus un élément y de F, noté $f(x)$ et appelé l'image de x par f, x est appelé un antécédent de y par f.

   E est l'ensemble de départ et F celui d'arrivée de f. Notation : $f : x \to f(x)$ de E dans F.

   Domaine de définition, graphe de f.
3. f est appelée une application de E dans F si f associe à chaque élément x de E exactement un élément y de F.

   Le vocabulaire est le même que pour les fonctions.

   Dans le cas d'une application, l'ensemble de départ est toujours le domaine de définition. Une des écritures de cette application est : $f: \begin{array}{l} E \to F \\ x \mapsto f(x) \end{array}$.

   L'ensemble des applications de E dans F est noté $\mathcal{F}(E,F)$.

   Ensemble image $f(E)$. Egalité de deux applications, application composée.
4. Définition d'une bijection : chaque élément de F a exactement un antécédent par f dans E.

   Définition de la réciproque d'une bijection.

   ATTENTION : Les notions d'applications injectives et surjectives seront vues plus tard dans l'année.
5. Restriction et prolongement. Bijection définie (réalisée) par une application.
6. Cas où $E=F$: une partie non vide A de E est stable par f si $f(A) \subset A$.

   Dans ce cas, $g: \begin{array}{l} A \to f(A) \\ x \mapsto f(x) \end{array}$ est bien définie, on l'appelle l'application induite par f sur A.

   A est globalement invariante par f si $f(A)=A$.

   L'ensemble $\mathrm{Inv}(f)$ des points de E invariants par f est appelé l'invariant de f.