

Sommes et produits de réels et complexes.

- Sommes et produits finis de réels ou complexes. Factorielle d'un entier naturel n .
Linéarité de la somme. Inégalité triangulaire généralisée. Dans $\mathbb{R}$, compatibilité avec $\leq$.
- Changement d'indice du type $j = k - q$ ou $j = q - k$, où q est un entier fixé.
Sommes et produits télescopiques.
- Sommes à connaître : $\sum_{k=1}^n i$, $\sum_{k=1}^n i^2$, $\sum_{k=1}^n i^3$, avec $n \in \mathbb{N}^*$.
Pour p et n dans $\mathbb{N}$ tels que $p \leq n$, valeur de $\sum_{k=p}^n u_k$ pour une suite arithmétique $(u_k)_{k \in \mathbb{N}}$,
et des sommes géométriques $\sum_{k=0}^n q^k$ et $\sum_{k=p}^n q^k$ pour un réel ou complexe q .
Factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$, pour a et b dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, $n \geq 2$ dans $\mathbb{N}$.
- Partie entière d'un réel. Regroupement de termes dans une somme. Cas des indices pairs et impairs.
- Définition des coefficients binomiaux avec des factorielles. Propriétés.
Formule du binôme de Newton sur $\mathbb{C}$ (admise ici). Valeur de la somme des coefficients binomiaux.
- Récurrence simple, double et forte.
- Sommes doubles. Règle de Fubini. Sommes triangulaires. Carré d'une somme.
- Application aux sommes en cosinus et sinus : pour $n \in \mathbb{N}^*$ et $x \in \mathbb{R}$,
- calcul de $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$ et $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$,
- calcul de $\cos(nx)$ et $\sin(nx)$,
- linéarisation de $\cos^n(x)$ et $\sin^n(x)$.
- Racines n -ièmes d'un complexe a . Cas de 0. Cas $a \neq 0$: détermination à partir de la forme trigonométrique de a .
Racines n -ièmes de l'unité. Forme $\exp(2ik\pi/n)$, avec $k \in \mathbb{Z}$, à connaître. Propriété fondamentale et conséquences :
Un complexe ω différent de 1 est une racine n -ième de l'unité si, et seulement si $\sum_{k=0}^{n-1} \omega^k = 0$.
Les solutions complexes de l'équation $\sum_{k=0}^{n-1} z^k = 0$ sont les racines n -ièmes de l'unité distinctes de 1.
La somme des n racines n -ièmes de l'unité est égale à 0.

Joyeuses fêtes de fin d'année !

Mes meilleurs vœux pour l'année 2025 !