Suites numériques réelles.

- Définition d'une suite convergente, divergente. Limite finie, infinie d'une suite. Unicité de la limite.
Limite par valeurs supérieures, inférieures.
Opérations sur les limites de suites réelles.
Limite de la composée d'une suite par une fonction numérique réelle.
- Suites extraites. Pour $\ell \in \overline{\mathbb{R}}$, toute suite extraite d'une suite réelle $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ de limite ℓ a pour limite ℓ .
Si les suites extraites $(u_{2n})_{n \in \mathbb{N}}$ et $(u_{2n+1})_{n \in \mathbb{N}}$ ont la même limite ℓ , alors $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ a pour limite ℓ .
- Limites des suites (n^b) où $b \in \mathbb{R}$.
Cas de convergence et de divergence des suites des suites géométriques (q^n) où $q \in \mathbb{R}^*$.
Théorèmes de croissances comparées pour les suites.
- Théorèmes de comparaison, d'encadrement (des gendarmes), de la limite monotone.
Si (u_n) converge vers $\ell > 0$, alors $u_n > 0$ pour n assez grand.
Théorèmes de majoration : (u_n) converge vers 0 si et seulement si $(|u_n|)$ converge vers 0.
Une suite produit d'une suite bornée et d'une suite convergeant vers 0 converge aussi vers 0.
Si $|u_n| \leq v_n$ pour n assez grand et si (v_n) converge vers 0, alors (u_n) converge vers 0.
- Définition de suites adjacentes. Théorème des suites adjacentes : deux suites adjacentes sont convergentes et admettent la même limite.
Exemple : Valeur décimale approchée par défaut, par excès d'un réel à 10^{-n} près.
- Suites récurrentes du type " $u_{n+1} = f(u_n)$ ". On admet que si I un intervalle de $\mathbb{R}$ stable par une fonction réelle f et si a est un élément de I , il existe alors une unique suite u de $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = a$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$ et que cette suite u est à valeurs dans I (démonstration faite, à savoir refaire dans un cas concret). f est appelée la fonction itératrice de la suite u .
N.B. : Il n'y a aucun autre résultat général sur ces suites dans le programme de PCSI.
Etude sur des exemples où f est monotone sur I .
- Relations de comparaison : Suites dominées par v , négligeables devant v , équivalentes à v , où v est une suite dont tous les termes sont non nuls à partir d'un certain rang.
Propriétés, comparaison des puissances de n , théorèmes de croissances comparées (sous forme de limite et avec la relation de prépondérance).

Suites numériques complexes.

- Définition. Opérations sur l'ensemble des suites complexes. Suites réelles associées. Suites bornées.
Convergence d'une suite numérique complexe. Caractérisation : $(u_n)_{n \geq 0}$ converge vers $\ell \in \mathbb{C}$ si, et seulement si $(\operatorname{Re}(u_n))_{n \geq 0}$ converge vers $\operatorname{Re}(\ell)$ et $(\operatorname{Im}(u_n))_{n \geq 0}$ vers $\operatorname{Im}(\ell)$.
La suite en modules d'une suite complexe convergente est convergente.
Théorèmes d'opérations sur les limites de suites convergentes.
Théorèmes de majoration.
- Suites particulières :
Suites constantes, stationnaires. Convergence.
Suites arithmétiques. Somme de n termes consécutifs.
Suites géométriques, cas de convergence. Cas de $(e^{i\alpha n})_{n \geq 0}$ où $\alpha \in \mathbb{R}$. Somme de n termes consécutifs.
Suites arithmético-géométriques.
Suites récurrentes linéaires d'ordre deux : expression du terme général à l'aide des solutions de l'équation caractéristique dans le cas complexe et dans le cas réel.