

PCSI 25/26 - Programme de colle de Mathématiques n° 3 : du 29 septembre au 5 octobre 2025

Petit rappel : pour avoir la moyenne, il est nécessaire de connaître parfaitement les définitions et propositions du cours correspondant au programme de la semaine. Cette condition n'est pas suffisante, vous pouvez malgré cela avoir une note sous la moyenne en cas de lacunes ou erreurs importantes.

Les démonstrations peuvent être posées en exercice et notées en tant que tel. La plupart d'entre elles n'ont pas été faites en classe.

Trigonométrie.

1. Congruence dans $\mathbb{R}$: définition et propriétés.
2. Définition de $\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$. Interprétation à partir du cercle trigonométrique et de la droite d'équation $x = 1$.
3. Formules de trigonométrie. Relations dans un triangle rectangle.
Linéarisation de $\sin^p(x) \cos^q(x)$ pour deux entiers p et q et x réel.
4. Résolution d'équations et inéquations avec les fonctions sinus, cosinus et tangente.
5. Propriétés analytiques des fonctions trigonométriques, tableau de variations. Courbes de ces différentes fonctions avec les tangentes aux points remarquables ainsi que les asymptotes pour la fonction tangente.
6. Définition et propriétés de la fonction arctangente, sans la notion de bijection.
7. Pour deux réels a et b dont l'un au moins est non nul, il existe un unique A dans $\mathbb{R}_+^*$ et un réel φ tels que pour tout x dans $\mathbb{R}$, $a \cos(x) + b \sin(x) = A \cos(x - \varphi)$.
Détermination de A et φ en fonction de a et b . Ecriture de φ avec Arctangente quand $a \in \mathbb{R}_+^*$.

Nombres complexes .

1. Forme algébrique d'un complexe. Opérations dans $\mathbb{C}$.
Partie réelle, imaginaire, conjugué, module : définition et propriétés, dont l'inégalité triangulaire dans $\mathbb{C}$.
Inverse d'un complexe non nul.
2. Ensemble $\mathbb{U}$ des nombres complexes de module 1. Argument d'un complexe de module 1.
Notation d'Euler, formules (relations) d'Euler et formule de Moivre.
Argument et forme trigonométrique d'un complexe non nul : définition et propriétés.
3. Plan complexe. Interprétation géométrique des complexes.
Affixe z_M d'un point M , image $M(z)$ d'un complexe z . Affixe d'un vecteur, vecteur image d'un complexe.
Interprétation géométrique du module et d'un argument d'un complexe non nul, de l'ensemble $\mathbb{U}$.
4. Formules de l'angle moitié : à connaître ou savoir retrouver rapidement.
5. Transformation de $a \cos(x) + b \sin(x)$ en $A \cos(x - \varphi)$ en utilisant le complexe $z = a + ib$.
6. Définition générale d'équation algébrique. Racine a d'une fonction polynomiale P , factorisation de $P(z)$ par $z - a$. Une fonction polynomiale P de degré n admet au plus n racines distinctes.
7. Racines carrées d'un complexe non nul.
Résolution des équations du second degré à coefficients dans $\mathbb{C}$. Lien entre coefficients et solutions. Cas réel.
Pour S et P donnés dans $\mathbb{C}$, les solutions du système
$$\begin{cases} x + y = S \\ xy = P \end{cases}$$
 d'inconnue (x, y) dans $\mathbb{C}^2$ s'obtiennent avec les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^2 - Sz + P = 0$, d'inconnue z .