PCSI 25/26 - Programme de colle de Mathématiques n°6 : du 3 au 9 novembre 2025

Nombres complexes .

Transformations du plan : définition générale, lien avec les transformations complexes associées.

Cas à connaître : symétries orthogonales par rapports aux axes, à l'origine, translations, homothéties et rotations de centre O.

Nature et éléments caractéristiques de ces transformations.

Ont été données pour cette partie du cours les définitions générales relatives aux fonctions et applications en général, d'une application bijective et de sa réciproque, d'une application injective, surjective.

Sont HORS PROGRAMME toutes les QUESTIONS de cours GENERALES et tous les exercice généraux SUR LES FONCTIONS et APPLICATIONS.

Fonctions d'une variable réelle à valeurs dans $\mathbb{R}$

1. Parties de $\mathbb{R}$ majorées, minorées, bornées. Cas de l'ensemble vide.
   Caractérisation des parties bornées.
   Segments de $\mathbb{R}$. Différents types d'intervalles. Propriété de convexité des intervalles.
2. Opérations sur les fonctions, composition.
3. Fonctions paires, impaires, périodiques : définitions et propriétés.
4. Fonctions monotones, définition et propriétés, opérations et composition, cas des fonctions constantes.
   Lien entre stricte monotonie et bijection.
5. Fonctions réelles majorées, minorées, bornées. Majorant, minorant, maximum et minimum.
6. Fonctions continues, dérivables, dérivées des fonctions usuelles.
   Limites usuelles en 0 obtenues avec la dérivée en 0.
7. Continuité et dérivabilité sur un intervalle. Théorème des valeurs intermédiaires et ses deux corollaires.
   Théorème de la bijection et de la solution unique.
8. Théorèmes sur les fonctions dérivables : Lien dérivée-monotonie, théorème de la limite de la dérivée.
   Théorème de la bijection pour les fonctions dérivables.
9. Fonctions exponentielle et logarithme népérien.
   Logarithme et exponentielle de base a, ou a appartient à $\mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$.

Primitives et équations différentielles linéaires (EDL) du premier ordre.

1. Primitives, intégrales et primitives de fonctions continues.
   Primitives à connaître : voir en fin de programme.
2. Intégration par parties : bien connaître et savoir appliquer le théorème.
3. Changement de variable.
   Application du changement de variable aux fonction paires, impaires, périodiques.
4. Première liste de primitives à connaître :

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1}\, x^{n+1} + cste \qquad \text{sur } \mathbb{R}, \text{ pour } n \text{ dans } \mathbb{N}^*$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + cste \qquad \text{sur } \mathbb{R}_+^* \text{ et } \mathbb{R}_-^*$$

$$\int \frac{1}{x^n} dx = \frac{-1}{(n-1)\,x^{n-1}} + cste \qquad \text{sur } \mathbb{R}_+^* \text{ et } \mathbb{R}_-^*, \text{ pour } n \geqslant 2 \text{ entier}$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} \; + cste \qquad \text{sur } \mathbb{R}_+^*$$

$$\int e^x dx = e^x \; + cste \qquad \text{sur } \mathbb{R}$$

$$\int \cos(x)dx = \sin(x) \ +cste \qquad \text{sur } \mathbb{R}$$

$$\int \sin(x)dx = -\cos(x) \ +cste \qquad \text{sur } \mathbb{R}$$

$$\int \tan(x)dx = -\ln|\cos(x)| \ +cste \qquad \text{sur }]-\pi/2+k\pi;\pi/2+k\pi[, \text{ pour tout } k \text{ dans } \mathbb{Z}$$

$$\int \ln(x)dx = x\ln(x) - x \ +cste \qquad \text{sur } \mathbb{R}_+^*$$

$$\int \frac{1}{1+x^2}dx = \text{Arctan}(x) \ +cste \qquad \text{sur } \mathbb{R}$$