**PCSI 25/26 - Programme de colle de Mathématiques n°11 : du 8 au 14 décembre 2025**

**Equations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants.**

1. Fonctions à valeurs complexes : définitions, continuité et dérivabilité, primitives et intégrales.
2. Exponentielle complexe : définition et propriétés.
   Composition d'une fonction complexe avec l'exponentielle complexe.
3. Equations différentielles linéaires d'ordre 1 à valeurs cplxs.
4. Définition des équations différentielles linéaires du second ordre à coefficients constants : $ay'' + by' + cy = \varphi(x)$, où $\varphi$ est une fonction continue d'un intervalle de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ et $a$, $b$ et $c$ trois constantes dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ telles que $a \neq 0$.
5. Définitions générales, équation homogène associée. Théorème de structure. Principe de superposition des solutions. Problème de Cauchy.
6. Solutions à valeurs dans $\mathbb{C}$ de l'équation homogène $ay'' + by' + cy = 0$. Cas réel.
7. Solution particulière dans le cas où le second membre est d'un des types suivants :

   - en sinus ou cosinus.
   - "polynôme"
   - "exponentiel" $\big($du type $Ae^{\alpha x}$, avec $A$ et $\alpha$ dans $\mathbb{R}^*$ ou $\mathbb{C}^*$ $\big)$

   N'EST PAS AU PROGRAMME DE PCSI : le cas général d'un second membre du type "exponentiel polynôme".

   Tout exercice avec un second membre de ce type doit être guidé.

**Sommes et produits de réels et complexes.**

| Avertissement : Les sommes à deux indices ne sont pas au programme de cette semaine. |
|---|

1. Sommes et produits finis de réels ou complexes. Factorielle d'un entier naturel $n$.
   Linéarité de la somme. Inégalité triangulaire généralisée. Dans $\mathbb{R}$, compatibilité avec $\leqslant$.
2. Changement d'indice du type $j = k - q$ ou $j = q - k$, où $q$ est un entier fixé.
   Sommes et produits télescopiques.
3. Sommes à connaître : $\sum_{k=1}^{n} i$, $\sum_{k=1}^{n} i^2$, $\sum_{k=1}^{n} i^3$, avec $n \in \mathbb{N}^*$.

   Pour $p \leqslant n$ dans $\mathbb{N}$, $\sum_{k=p}^{n} u_k$ pour une suite arithmétique $(u_k)_{k\in\mathbb{N}}$, $\sum_{k=0}^{n} q^k$ et $\sum_{k=p}^{n} q^k$ pour un réel ou complexe $q$.

   Factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$, pour $a$ et $b$ dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$, $n \geqslant 2$ dans $\mathbb{N}$.
4. Partie entière d'un réel.
5. Regroupement de termes dans une somme. Cas des indices pairs et impairs.
6. Définition des coefficients binomiaux avec des factorielles. Propriétés.

   Formule du binôme de Newton sur $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$ (admise). Valeur de la somme des coefficients binomiaux.