

**Sommes et produits de réels et complexes.**

1. Sommes et produits finis de réels ou complexes. Factorielle d'un entier naturel  $n$ .  
 Linéarité de la somme. Inégalité triangulaire généralisée. Dans  $\mathbb{R}$ , compatibilité avec  $\leq$ .

2. Changement d'indice du type  $j = k - q$  ou  $j = q - k$ , où  $q$  est un entier fixé.  
 Sommes et produits télescopiques.

3. Sommes à connaître :  $\sum_{k=1}^n i, \sum_{k=1}^n i^2, \sum_{k=1}^n i^3$ , avec  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Pour  $p \leq n$  dans  $\mathbb{N}$ ,  $\sum_{k=p}^n u_k$  pour une suite arithmétique  $(u_k)_{k \in \mathbb{N}}$ ,  $\sum_{k=0}^n q^k$  et  $\sum_{k=p}^n q^k$  pour un réel ou complexe  $q$ .

Factorisation de  $a^n - b^n$  par  $a - b$ , pour  $a$  et  $b$  dans  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$ ,  $n \geq 2$  dans  $\mathbb{N}$ .

4. Partie entière d'un réel.

5. Regroupement de termes dans une somme. Cas des indices pairs et impairs.

6. Définition des coefficients binomiaux avec des factorielles. Propriétés.

Formule du binôme de Newton sur  $\mathbb{R}$  ou  $\mathbb{C}$  (admise). Valeur de la somme des coefficients binomiaux.

7. Révision par des exemples sur les récurrences simples, doubles et fortes.

8. Sommes doubles, règle de Fubini, produit de deux sommes, sommes triangulaires, carré d'une somme.

9. Application aux sommes en cosinus et sinus : pour  $n \in \mathbb{N}^*$  et  $x \in \mathbb{R}$ ,

- calcul de  $\sum_{k=0}^n \cos(kx)$  et  $\sum_{k=0}^n \sin(kx)$ ,

- calcul de  $\cos(nx)$  et  $\sin(nx)$ ,

- linéarisation de  $\cos^n(x)$  et  $\sin^n(x)$ .

10. Révisions : pour  $n$  dans  $\mathbb{N} \setminus \{0; 1\}$  : racines  $n$ -ièmes de l'unité, d'un complexe  $a$  non nul.

*Joyeuses fêtes de fin d'année !*

*Mes meilleurs vœux pour l'année 2026 !*