

Généralités. Connaissances de base.

1. Forme irréductible d'un nombre rationnel. Somme et produit de nombres rationnels.
Somme et produit d'un nombre fini de réels : notations. Définition de la factorielle d'un entier naturel.
Linéarité de la somme. Produit de deux produits.
Sommes à connaître, n étant dans $\mathbb{N}^*$: somme des entiers de 1 à n , de n termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $q \in \mathbb{R}$, d'une même constante.
Factorisation de $a^n - b^n$ par $a - b$ quand $n \geq 2$, avec a et b dans $\mathbb{R}$. Cas de $a^n - 1$.

Trigonométrie.

1. Congruence dans $\mathbb{R}$: définition et propriétés.
2. Cosinus, sinus et tangente d'un angle orienté, définition et propriétés.
Interprétation à l'aide du cercle trigonométrique et de la droite d'équation $x = 1$.
3. Formules de trigonométrie. Relations dans un triangle rectangle. (Formulaire à la fin.)
Linéarisation de $\sin^p(x) \cos^q(x)$ pour x réel et (p, q) non nul dans $\mathbb{N}^2$.
4. Résolution d'équations et inéquations simples à l'aide du cercle trigonométrique.
5. Propriétés analytiques des fonctions trigonométriques cosinus, sinus et tangente.
Courbes de ces différentes fonctions avec les tangentes aux points remarquables ainsi que les asymptotes pour la fonction tangente.

Nombres complexes .

1. Forme algébrique d'un complexe. Opérations sur $\mathbb{C}$.
Partie réelle, imaginaire, conjugué, module : définitions et propriétés.
Inégalité triangulaire dans $\mathbb{C}$.
2. Ensemble $\mathbb{U}$ des nombres complexes de module 1. Argument d'un complexe de module 1. Notation d'Euler, formules d'Euler et formule de Moivre. Propriétés.
3. Argument d'un complexe non nul. Forme trigonométrique d'un complexe non nul.
Inverse d'un complexe non nul sous forme algébrique et trigonométrique.
4. Plan complexe. Interprétation géométrique des complexes.
Affixe z_M d'un point M , image $M(z)$ d'un complexe z . Affixe d'un vecteur.
Interprétation géométrique du module et d'un argument d'un complexe non nul.

FORMULAIRE de TRIGONOMÉTRIE

Relation fondamentale, pour tout réel x : $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$

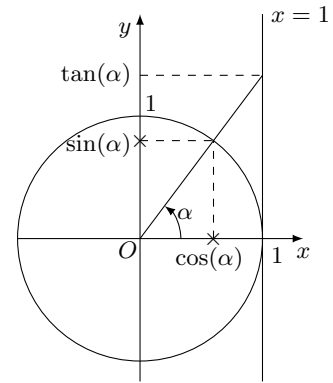
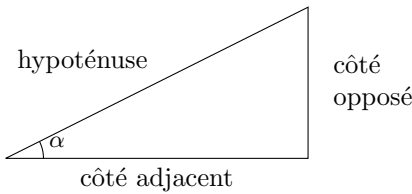
Relations dans un triangle rectangle :

Pour α dans $]0; \pi/2[$,

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$



Formules d'addition, pour tous a et b dans $\mathbb{R}$:

$$\begin{aligned}\cos(a+b) &= \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b) \\ \sin(a+b) &= \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)\end{aligned}$$

$$\tan(a+b) = \frac{\tan(a) + \tan(b)}{1 - \tan(a)\tan(b)}$$

si a , b et $a+b$ ne sont pas congrus à $\pi/2$ modulo π .

Formules de duplication, pour tout réel a ,

$$\begin{aligned}\cos(2a) &= \cos^2(a) - \sin^2(a) = 2\cos^2(a) - 1 = 1 - 2\sin^2(a) \\ \sin(2a) &= 2\sin(a)\cos(a)\end{aligned}$$

$$\tan(2a) = \frac{2\tan(a)}{1 - \tan^2(a)}, \quad \text{si } a \text{ n'est congru ni à } \pi/4 \text{ modulo } \pi/2, \text{ ni à } \pi/2 \text{ modulo } \pi$$

Formules de linéarisation, pour tout réel a :

$$\begin{aligned}\cos^2(a) &= \frac{1 + \cos(2a)}{2} \\ \sin^2(a) &= \frac{1 - \cos(2a)}{2}\end{aligned}$$

Transformations de sommes en produits, pour tous réels p et q :

$$\begin{aligned}\cos(p) + \cos(q) &= 2\cos((p+q)/2)\cos((p-q)/2) \\ \cos(p) - \cos(q) &= -2\sin((p+q)/2)\sin((p-q)/2) \\ \sin(p) + \sin(q) &= 2\sin((p+q)/2)\cos((p-q)/2) \\ \sin(p) - \sin(q) &= 2\cos((p+q)/2)\sin((p-q)/2)\end{aligned}$$

Transformations de produits en sommes, pour tous réels a et b :

$$\begin{aligned}\cos(a)\cos(b) &= \frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b)) \\ \sin(a)\sin(b) &= -\frac{1}{2}(\cos(a+b) - \cos(a-b)) \\ \sin(a)\cos(b) &= \frac{1}{2}(\sin(a+b) + \sin(a-b))\end{aligned}$$

Formules de l'arc moitié : pour x réel non congru à π modulo 2π et $t = \tan(x/2)$:

$$\begin{aligned}\cos(x) &= \frac{1 - t^2}{1 + t^2} \\ \sin(x) &= \frac{2t}{1 + t^2}\end{aligned}$$

$$\tan(x) = \frac{2t}{1 - t^2}, \quad \text{si de plus } x \text{ n'est pas congru à } \pi/2 \text{ modulo } \pi$$

Relation entre tangente et cosinus : pour tout réel x non congru à $\pi/2$ modulo π :

$$1 + \tan^2(x) = \frac{1}{\cos^2(x)}.$$

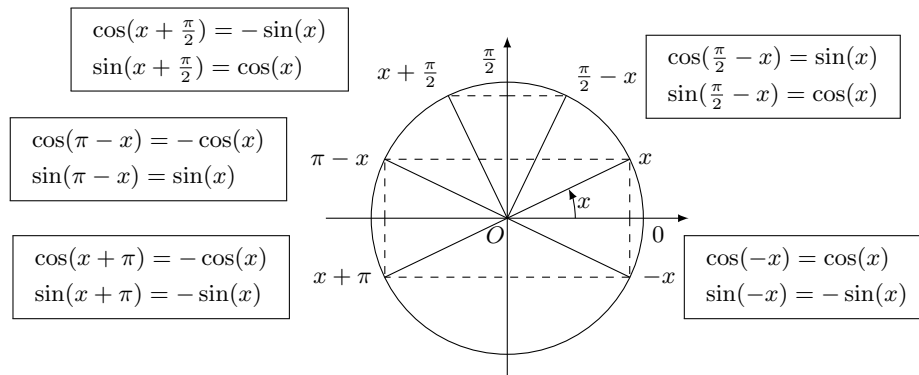
PROPRIÉTÉS DES ANGLES ORIENTÉS

Angles remarquables :

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\cos(x)$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0
$\sin(x)$	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\tan(x)$	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	-

Angles associés : pour tout réel x , lorsque les nombres sont définis,

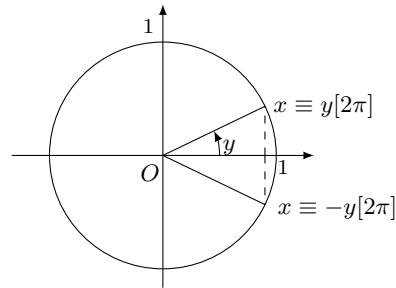
$\sin(-x) = -\sin(x)$	$\cos(-x) = \cos(x)$	$\tan(-x) = -\tan(x)$
$\sin(\pi - x) = \sin(x)$	$\cos(\pi - x) = -\cos(x)$	$\tan(\pi - x) = -\tan(x)$
$\sin(x + \pi) = -\sin(x)$	$\cos(x + \pi) = -\cos(x)$	$\tan(x + \pi) = \tan(x)$
$\sin(\pi/2 - x) = \cos(x)$	$\cos(\pi/2 - x) = \sin(x)$	$\tan(\pi/2 - x) = 1/\tan(x)$
$\sin(x + \pi/2) = \cos(x)$	$\cos(x + \pi/2) = -\sin(x)$	$\tan(x + \pi/2) = -1/\tan(x)$



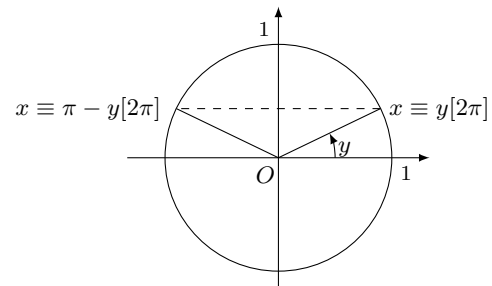
Résolution d'équations trigonométriques :

pour tous réels x et y ,

$$\cos(x) = \cos(y) \iff (x \equiv y [2\pi] \text{ ou } x \equiv -y [2\pi])$$



$$\sin(x) = \sin(y) \iff (x \equiv y [2\pi] \text{ ou } x \equiv \pi - y [2\pi])$$



pour tous réels x et y non congrus à $\pi/2$ modulo π :

$$\tan(x) = \tan(y) \iff x \equiv y [\pi]$$

