**PCSI 26/27 - Programme de colle de Mathématiques n°7 : du 9 au 13 novembre 2026**

Note aux colleurs : Le théorème de la limite de la dérivée n'est pas au programme des prochaines colles.

**Fonctions d'une variable réelle à valeurs dans $\mathbb{R}$**

1. Parties de $\mathbb{R}$ majorées, minorées, bornées. Cas de l'ensemble vide.
   Caractérisation des parties bornées.
   Segments de $\mathbb{R}$. Différents types d'intervalles. Propriété de convexité des intervalles.
2. Opérations sur les fonctions, composition.
3. Fonctions paires, impaires, périodiques : définitions et propriétés.
4. Fonctions monotones, définition et propriétés, opérations et composition, cas des fonctions constantes.
   Lien entre stricte monotonie et bijection.
5. Fonctions réelles majorées, minorées, bornées. Majorant, minorant, maximum et minimum.
6. Fonctions continues, dérivables, dérivées des fonctions usuelles.
   Limites usuelles en 0 obtenues avec la dérivée en 0.
7. Continuité et dérivabilité sur un intervalle.
   Théorème des valeurs intermédiaires et ses deux corollaires.
   Théorème de la bijection.
   Lien dérivée-monotonie, théorème de la bijection pour les fonctions dérivables.
8. Fonctions exponentielle et logarithme népérien.
   Logarithme et exponentielle de base $a$, où $a$ appartient à $\mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$.
9. Fonctions trigonométriques réciproques : Arcsinus, Arccosinus et Arctangente.
   Savoir retrouver : $\forall t \in \mathbb{R},\ a\cos(t) + b\sin(t) = \sqrt{a^2+b^2}\cos(t - \mathrm{Arctan}(b/a))$ pour $a$ dans $\mathbb{R}_+^*$ et $b$ dans $\mathbb{R}$.

**Primitives et intégrales réelles.**

1. Définition d'une primitive d'une fonction définie sur un intervalle $I$ non vide et non réduit à un point. Propriétés.
   Toute application continue de $I$ dans $\mathbb{R}$ a des primitives sur $I$.
2. Primitives de fonctions continues sur $I$ et intégrales de fonctions réelles continues sur un segment : définition et propriétés, sans le changement de variable et l'approximation.

**Première liste de primitives à connaître** :

| | |
|---|---|
| $\int x^n dx = \dfrac{1}{n+1}\, x^{n+1} + cste$ | sur $\mathbb{R}$, avec $n$ fixé dans $\mathbb{N}^*$, |
| $\int \dfrac{1}{x}\, dx = \ln(\lvert x\rvert) + cste$ | sur $\mathbb{R}_+^*$ et sur $\mathbb{R}_-^*$ |
| $\int \dfrac{1}{x^n}\, dx = \dfrac{-1}{n-1} \times \dfrac{1}{x^{n-1}} + cste$ | sur $\mathbb{R}_+^*$ et sur $\mathbb{R}_-^*$, pour $n \geqslant 2$ entier, |
| $\int \dfrac{1}{\sqrt{x}}\, dx = 2\sqrt{x} + cste$ | sur $\mathbb{R}_+^*$ |
| $\int ex\ dx = e^x + cste$ | sur $\mathbb{R}$ |
| $\int \cos(x)\ dx = \sin(x) + cste$ | sur $\mathbb{R}$ |
| $\int \sin(x)\ dx = -\cos(x) + cste$ | sur $\mathbb{R}$ |
| $\int \tan(x)\ dx = -\ln(\lvert\cos(x)\rvert) + cste$ | sur chaque intervalle $\left]-\pi/2 + k\pi,\ \pi/2 + k\pi\right[$, où $k$ est quelconque dans $\mathbb{Z}$. |
| $\int \ln(x)\ dx = x\ln(x) - x + cste$ | sur $\mathbb{R}_+^*$. |
| $\int \dfrac{1}{1+x^2}\, dx = \mathrm{Arctan}(x) + cste$ | sur $\mathbb{R}$ |