PCSI 26/27 - Programme de colle de Mathématiques n°8 : du 16 au 20 novembre 2026

Note aux colleurs : Le théorème de la limite de la dérivée n'est pas au programme des prochaines colles.

Fonctions d'une variable réelle à valeurs dans $\mathbb{R}$

1. Fonctions exponentielle et logarithme népérien.
   Logarithme et exponentielle de base a, où a appartient à $\mathbb{R}_+^* \setminus \{1\}$.
2. Fonctions trigonométriques réciproques : Arcsinus, Arccosinus et Arctangente.
   Savoir retrouver : $\forall t \in \mathbb{R},\ a\cos(t) + b\sin(t) = \sqrt{a^2+b^2}\cos(t - \text{Arctan}(b/a))$ pour a dans $\mathbb{R}_+^*$ et b dans $\mathbb{R}$.

Primitives et intégrales réelles.

1. Définition d'une primitive d'une fonction définie sur un intervalle I non vide et non réduit à un point. Propriétés.
   Toute application continue de I dans $\mathbb{R}$ a des primitives sur I.
2. Primitives de fonctions continues sur I et intégrales de fonctions réelles continues sur un segment :
   définition et propriétés, sans l'approximation.
3. Changement de variable, application aux fonctions réelles paires, impaires et périodiques.

   Première liste de primitives à connaître :

   $\int x^n dx = \dfrac{1}{n+1}\, x^{n+1} + cste$ sur $\mathbb{R}$, avec n fixé dans $\mathbb{N}^*$,

   $\int \dfrac{1}{x}\, dx = \ln(|x|) + cste$ sur $\mathbb{R}_+^*$ et sur $\mathbb{R}_-^*$

   $\int \dfrac{1}{x^n}\, dx = \dfrac{-1}{n-1} \times \dfrac{1}{x^{n-1}} + cste$ sur $\mathbb{R}_+^*$ et sur $\mathbb{R}_-^*$, pour $n \geqslant 2$ entier,

   $\int \dfrac{1}{\sqrt{x}}\, dx = 2\sqrt{x} + cste$ sur $\mathbb{R}_+^*$

   $\int ex\ dx = e^x + cste$ sur $\mathbb{R}$

   $\int \cos(x)\ dx = \sin(x) + cste$ sur $\mathbb{R}$

   $\int \sin(x)\ dx = -\cos(x) + cste$ sur $\mathbb{R}$

   $\int \tan(x)\ dx = -\ln(|\cos(x)|) + cste$ sur chaque intervalle $\left]-\pi/2 + k\pi,\ \pi/2 + k\pi\right[$, où k est quelconque dans $\mathbb{Z}$.

   $\int \ln(x)\ dx = x\ln(x) - x + cste$ sur $\mathbb{R}_+^*$.

   $\int \dfrac{1}{1+x^2}\, dx = \text{Arctan}(x) + cste$ sur $\mathbb{R}$
4. Equations différentielles linéaires du premier ordre du type $y' + a(t)y = b(t)$, a et b étant des fonctions réelles continues d'un intervalle I dans $\mathbb{R}$.
   Définitions et théorème de structure.
5. Résolution des équations différentielles linéaires homogènes $y' + a(t)y = 0$.
6. Résolution de l'équation différentielle $y' + a(t)y = b(t)$:
   trouver une solution évidente ou appliquer la méthode de variation de la constante.
7. Problème de Cauchy
8. Principe de superposition des solutions (sans exemple).
9. Idée de résolution dans le cas général d'équations différentielles linéaires d'ordre 1 à coefficients des fonctions continues, sans prolongements.