

Programme de colles Quinzaine 2

(semaines du 28/9 et du 5/10)

Chapitre 2 : Généralités sur les fonctions et nouvelles fonctions de référence

Ce chapitre commence par une partie théorique sur les application pour aboutir aux notions de bijection et d'application réciproque.

Une première application des bijections est la résolution d'équations par équivalences, on comprend l'importance d'utiliser des quantificateurs. On revoit ensuite des choses connues : calcul de dérivées (on rajoute les composées), applications à l'étude des variations, plan d'étude d'une fonction.

On finit par un catalogue de fonctions de référence, qui en comporte de nouvelles.

Connaissances à mémoriser :

- Des définitions précises (applications surjectives, injectives, bijectives ; parité des fonctions ; variations des fonctions).
- Fonctions de référence : valeur absolue (qui illustre qu'une fonction peut être ... sans être ...), partie entière, fonctions trigonométriques et réciproques (attention aux ensembles), $\ln$, $\exp$, puissances et exponentielles.

Savoirs-faire à maîtriser :

- Penser aux quantificateurs. *Quand ? Tout le temps !*
- Etudier une fonction (*note pour les colleurs : on n'a pas revu les limites, on s'appuie sur les connaissances de Terminale*).
- Utiliser les fonctions trigonométriques réciproques.

Démonstrations à connaître :

- Arccos est dérivable sur $] -1; 1[$ et, $\forall x \in] -1; 1[$, $\arccos'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$.

Chapitre 3 : Calculer dans $\mathbb{C}$

Premier chapitre sur les nombre complexes, le lien avec la géométrie du plan est crucial : toutes les notions vues s'interprètent géométriquement.

Connaissances à mémoriser :

- Vocabulaire des complexes : parties réelle et imaginaire, forme algébrique, module, arguments (d'un complexe non nul), argument principal.
- *semaine du 5/10* : Nombres complexes de module 1, forme exponentielle d'un complexe (non nul), propriétés de l'argument.
- *semaine du 5/10* : Formules d'Euler et de Moivre.

Savoirs-faire à maîtriser :

- Calculer avec les complexes, par exemple pour résoudre une équation, trouver une forme algébrique...
- *semaine du 5/10* : Linéariser et délinéariser des expressions trigonométriques ; factoriser avec l'angle moitié.

Démonstrations à connaître :

- Si z et z' sont deux complexes, on a $|zz'| = |z||z'|$.
- *semaine du 5/10* : Inégalité triangulaire dans $\mathbb{C}$ (sans le cas d'égalité).

Pour cette deuxième quinzaine, la colle se déroulera de la façon suivante :

1. une question de cours (une définition, une démonstration, présenter une fonction de référence...);
 2. un des exercices proposé ci-après ;
 3. exercice au choix du colleur.
-

Exercice n° 1

Soit, pour $x \in \mathbb{R}^+$ la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$.

1. Prouver que f réalise une bijection entre $\mathbb{R}^+$ et un intervalle I à déterminer.
2. Donner une expression de f^{-1} .

Exercice n° 2

Faire l'étude de la fonction f définie par $f(x) = \text{Arcsin}(1+x-x^2)$.

On donnera l'allure de sa courbe représentative.

Exercice n° 3

Faire l'étude de la fonction f définie par $f(x) = \text{Arctan}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$.

On donnera l'allure de sa courbe représentative.

Exercice n° 4

Résoudre l'équation $x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$.