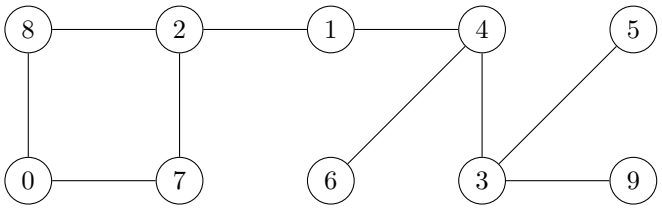
TP D'INFORMATIQUE 13
Parcours de graphe

Dans la suite, on considérera des graphes représentés sous forme de liste de listes d'adjacences, et on prendra comme exemple le graphe G suivant, à définir en Python :



1 Parcours en largeur

On rappelle le pseudo-code du parcours en largeur :

```
fonction parcours_largeur(G,s)
    les sommets sont initialement non marqués
    on marque s
    on crée une file vide F
    on enfile s dans F
    # s est visité
    tant que F est non vide
        on défile un sommet u de F
        pour chaque v successeur non marqué de u
            on marque v
            on enfile v dans F
            # v est visité
```

1. Effectuer à la main un parcours en largeur du graphe G à partir du sommet 1.
2. On rappelle qu'une file peut se représenter en Python par un *deque* (double ended queue). L'instruction `d = deque()` permet de créer un deque vide, `len(d)` donne la longueur du deque `d`, `d.append(a)` permet d'ajouter un élément a dans `d` par la droite, et `d.popleft()` défile l'élément le plus à gauche dans `d` et le renvoie.
   Afin de disposer de cette bibliothèque, écrire l'instruction `from collections import deque`
3. Écrire une fonction `parcours_largeur` implémentant l'algorithme du parcours en largeur. La fonction renverra la liste des sommets visités dans l'ordre de leur visite.

2 Parcours en profondeur

2.1 Version récursive

On rappelle le pseudo-code du parcours en profondeur récursif :

```
fonction parcours_profondeur(G,s)
    les sommets sont initialement non marqués
    fonction visiter(u)
        on marque u
        # u est visité
        pour chaque v successeur de u
            si v est non marqué
                visiter(v)
    visiter(s)
```

1. Effectuer à la main un parcours en profondeur récursif du graphe G à partir du sommet 1.
2. Écrire une fonction `parcours_profondeur_rec` implémentant l'algorithme du parcours en profondeur récursif. On notera bien que la fonction récursive est la fonction interne `visiter`.

2.2 Version itérative

On rappelle le pseudo-code du parcours en profondeur itératif :

```
fonction parcours_profondeur(G,s)
    les sommets sont initialement non marqués
    on crée une pile vide P
    on empile s dans P
    tant que P est non vide
        on dépile un sommet u de P
        si u est non marqué
            on marque u
            # u est visité
            pour chaque v successeur non marqué de u
                on empile v
```

1. Effectuer à la main un parcours en profondeur du graphe G à partir du sommet 1.
2. Écrire une fonction `parcours_profondeur_it` implémentant l'algorithme du parcours en profondeur itératif. On implémentera la pile par une simple liste, en empilant avec `append` et dépilant avec `pop`.

3 Connexité

Pour tester si un graphe non orienté est connexe, il suffit d'observer si tous les sommets sont visités à l'issue d'un parcours (en largeur ou en profondeur) depuis un sommet quelconque.
Écrire une fonction `est_connexe` prenant en argument un graphe non orienté et testant s'il est connexe. Déterminer la complexité de cette fonction.

4 Distances et plus courts chemins

Pour calculer les distances et plus courts chemins depuis un sommet source `s` dans un graphe (orienté ou non orienté), on utilise un parcours en largeur, dans lequel on maintient deux tableaux des distances et des prédécesseurs de chaque sommet. Le sommet `s` est à distance 0 et n'a pas de prédécesseur, puis à chaque fois qu'un sommet `v` est visité depuis un sommet `u`, on fixe la distance de `v` comme un plus la distance de `u` et le prédécesseur de `v` comme `u`.

1. Effectuer à la main cet algorithme sur le graphe G.
2. Écrire une fonction `distances` prenant en argument un graphe et un sommet source et renvoyant les tableaux des distances et des prédécesseurs. Déterminer la complexité de cette fonction.
3. Écrire une fonction `chemin` prenant en argument un tel tableau de prédécesseurs et un sommet `u`, et renvoyant le chemin du sommet source à `u`, sous forme de liste.

5 Détection de cycles

On peut détecter la présence d'un cycle dans un graphe orienté à l'aide d'un parcours en profondeur récursif. Pour cela, on « surmarque » les sommets qui ne sont pas visités car déjà marqués. À la fin de la fonction `visiter`, on regarde si u est surmarqué. Si c'est le cas, puisque seuls les descendants de u ont été visités dans cet appel, on en déduit qu'on est en présence d'un cycle.
Implémenter cet algorithme. Déterminer sa complexité.