TD n$^{\text{o}}$ 13 de Physique
Mécanique - Dynamique du point

Applications directes du cours

1 Ressorts en « série »

On considère deux ressorts de constantes de raideur k_1 et k_2, et de longueurs au repos $\ell_{1,0}$ et $\ell_{2,0}$. Les deux ressorts sont attachés par une extrémité que l'on appelera A. Montrer que ces deux ressorts sont équivalents à un unique ressort dont on quantifiera les grandeurs caractéristiques.

2 Ressorts en « parallèle »

On considère deux ressorts de constantes de raideur k_1 et k_2, et de longueurs au repos $\ell_{1,0}$ et $\ell_{2,0}$. Les deux ressorts sont attachés à leurs deux extrémités, ils sont donc parallèles l'un à l'autre. Montrer que ces deux ressorts sont équivalents à un unique ressort dont on quantifiera les grandeurs caractéristiques.

3 Masse et ressort sur un plan incliné

On considère une masse située au bout d'un ressort de raideur k et de longueur à vide ℓ_0. Le ressort est attaché en haut d'une pente faisant un angle α avec l'horizontale. On pose $OM = x$. Déterminer l'expression x_{e} de x à l'équilibre. Déterminer $x(t)$ lorsque la masse est déplacée de sa position initiale à une valeur x_0 et lachée (sans vitesse initiale).

4 Masse sur un plan incliné

O n considère une masse m posée sur un plan incliné d'angle α avec l'horizontale. Cet angle est réglable, et on observe, en partant de $\alpha = 0$ et en l'augmentant, qu'à une variable α_0, la masse commence à glisser. Expliquer le phénomène et déterminer le coefficient intéressant.

Exercices

1 Chute libre avec frottements fluides

On étudie le lancé d'un boulet de canon depuis la surface de la Terre (altitude nulle) avec une vitesse de norme v_0 formant un angle α avec l'horizontale. On assimile le boulet à un point matériel. Celui-ci est lancé à l'instant $t = 0$ et est soumis aux frottements de l'air, subissant alors une force $\overrightarrow{F} = -\lambda \overrightarrow{v}$, où λ est une constante positive et $\overrightarrow{v}$ la vitesse du boulet.

1. Déterminer l'expression du vecteur vitesse du boulet au cours du temps.
2. Représenter l'évolution des composantes horizontale et verticale de $\overrightarrow{v}$ en fonction du temps.
3. Décrire l'allure de la trajectoire du boulet de canon.
4. Préciser la portée du tir (distance maximale parcourue) en fonction des données du problème.
5. Déterminer la hauteur maximale atteinte par le boulet au cours du tir.

2 Frottements solides

Une trousse d'élève, assimilée à un point matériel de masse m, est lancée le long d'une table inclinée, dans le sens de l'inclinaison vers le bas, à la vitesse v_0. On fait varier l'angle θ entre la surface de la table et le plan horizontal. On s'aperçoit que pour un angle $\theta = \alpha$, l'objet glisse à vitesse constante le long du plan.

1. Déterminer alors le coefficient de frottement f. A.N. : Calculer f pour $\alpha = 12°$.
2. On garde le plan incliné à α et on lance maintenant la trousse à la vitesse $v_0 = 1{,}7\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ vers le haut de la pente. Déterminer la distance parcourue par le bloc M (littéralement puis numériquement).

3 Pendule simple

On considère un point matériel M de masse m, attaché à l'extrémité d'un fil inextensible de longueur $l = 1\,\mathrm{m}$, dont l'autre extrémité est fixée en un point O. Le fil fait un angle θ avec la verticale. On lâche le pendule à l'instant $t = 0$ à un angle θ_0, sans vitesse initiale. On néglige les frottements.

1. À l'aide du principe fondamental de la dynamique, donner deux équations scalaires, l'une donnant le mouvement du pendule et l'autre la tension T du fil.
2. On cherche à déterminer l'expression de la tension T du fil en fonction de l'angle θ. Pour cela, multiplier l'équation différentielle du mouvement par $\dot{\theta}$, ce qui permet de l'intégrer. En déduire $T(\theta)$.

On souhaite désormais obtenir l'équation horaire du mouvement.

3. Le mouvement dépend-t-il de la masse m ?
4. Peut-on résoudre analytiquement l'équation différentielle donnée par le PFD ?

On se place dans le cas des valeurs faibles de θ_0.

5. Donner alors l'équation horaire du mouvement.
6. De quel type de mouvement s'agit-il ? Préciser la valeur de la période T_0 du mouvement.

4 Chute libre depuis un avion

Un avion humanitaire vole à une altitude $h = 5000\,\mathrm{m}$ à la vitesse $v = 750\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$. Il largue un colis de nourriture et de médicaments, de masse m, lorsqu'il passe à la verticale du point A. On considèrera le colis comme un point matériel M.

1. Déterminer l'équation du mouvement du point M.
2. Quel est le temps mis par le point M pour toucher le sol ?
3. Quelle est la distance parcourue par l'avion pendant ce temps ?
4. À quelle distance du point A se trouve le colis lorsqu'il touche le sol ?
5. Que se passe-t-il qualitativement si l'avion a une trajectoire inclinée vers le bas d'un angle $\beta = 10°$ par rapport à la verticale ?
6. À quelle hauteur devrait alors se trouver l'avion pour que le colis tombe à moins de $100\,\mathrm{m}$ du point A ?

5 Pendule conique à deux fils

On suspend un point matériel M de masse m à un fil inextensible de longueur ℓ et de masse négligeable, fixé en un point O_1 d'un axe vertical. On anime l'ensemble d'un mouvement de rotation autour de l'axe vertical : le fil s'incline d'un angle α par rapport à la verticale, le point M est animé d'un mouvement circulaire uniforme de vitesse angulaire ω, dans le plan horizontal. On ne cherchera pas à expliciter la force qui produit ce mouvement.

1. Déterminer α en fonction de ω, ℓ et du champ de pesanteur g.

On relie maintenant M également à un point O_2 situé en-dessous de O_1 à une distance $D < 2\,\ell$, par un fil identique au précédent.

2. Le point M est mis en rotation à la vitesse angulaire ω que l'on augmente progressivement. Exprimer en fonction de g et D la valeur ω_1 de ω à partir de laquelle le fil inférieur devient tendu.
3. Pour $\omega > \omega_1$, déterminer les normes T_1 et T_2 des tensions des deux fils en fonction de m, ℓ, ω_1 et ω. Application numérique : $\ell = 0{,}5\,\mathrm{m}$; $D = 0{,}3\,\mathrm{m}$; $m = 1\,\mathrm{kg}$; $g = 9{,}8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$; $\omega = 10\,\mathrm{rad{\cdot}s^{-1}}$.