TD n° 12 de Physique
Mécanique - Cinématique du point

Applications directes du cours

1 Durée et distance

Un véhicule se déplace en ligne droite, avec une accélération constante $a = 6\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$. Déterminer le temps mis pour passer de 0 à $100\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$, ainsi que la distance parcourue.

2 Virage

Un avion se déplace à la vitesse constante v en virage circulaire horizontal de centre O et de rayon $R = 600\,\mathrm{m}$. Déterminer la vitesse v de l'avion afin que son accélération soit $a = 6\,\mathrm{g}$ (attention, a n'est pas une masse...).

3 Mouvement parabolique uniforme

Un point matériel décrit un mouvement parabolique d'équation $y = \alpha x^2$. La norme v de sa vitesse est constante. Déterminer la composante v_y de la vitesse, en fonction de x et de v_x. En déduire a_y en fonction de x, v_x et a_x ; v_x et a_x en fonction de x et de v.
Déterminer l'accélération au point O(0,0).

Exercices

1 Distance de freinage

Une voiture roule sur une route rectiligne à vitesse constante $v_0 > 0$. À un instant $t = 0$ le conducteur aperçoit un obstacle, mais ne commence à freiner qu'après un temps de réaction τ. Le freinage provoque une accélération $-A$ (avec $A > 0$), opposée à la vitesse (appelée dans le langage courant décélération).

1. Tracer l'allure de la vitesse en fonction du temps, en distinguant les différentes phases.
2. Donner l'expression de la distance D parcourue par le véhicule depuis l'instant $t = 0$ jusqu'à l'arrêt. Indiquer le temps de freinage t_f.
3. Calculer D et t_f pour $\tau = 0{,}5\,\mathrm{s}$, $A = 8\,\mathrm{m{\cdot}s^{-2}}$ et pour une vitesse $v_0 = 80\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$, puis $v_0 = 120\,\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$. Commenter.
4. En supposant que le véhicule se trouvait à $70\,\mathrm{m}$ de l'obstacle à $t = 0$, déterminer (en $\mathrm{km{\cdot}h^{-1}}$) la vitesse maximale $v_{0,\mathrm{max}}$ lui permettant d'éviter la collision.

2 Mouvement circulaire d'un pendule

Un point M est accroché à l'extrémité d'un fil inextensible de longueur ℓ dont l'autre extrémité est fixée en un point O. Il décrit un mouvement circulaire pendulaire dans le plan Oxy autour de l'axe horizontal Oz. L'axe du fil définit un angle θ avec la verticale Ox et permet de paramétrer le mouvement du pendule. On nous donne

$$\theta(t) = \theta_m \sin(\omega t)$$

avec $\omega > 0$ et $\theta_\mathrm{m} > 0$.

1. Quel est le système de coordonnées le plus adapté à la description du mouvement ?
2. Par un raisonnement simple (sans calcul), donner les positions de M pour lesquelles la norme de la vitesse de M est nulle. En déduire, par symétrie, les positions pour lesquelles elle est maximale.
3. Exprimer le vecteur vitesse $\overrightarrow{v}$ et du vecteur accélération $\overrightarrow{a}$ du point M.
4. Retrouver les résultats de la question 2 par le calcul.
5. Tracer les courbes de $\theta(t)$, $v(t)$ et des deux composantes de $\overrightarrow{a}(t)$.

3 Mouvement rectiligne uniformément accéléré

Dans un référentiel $\mathcal{R}(O,\overrightarrow{e_\mathrm{x}},\overrightarrow{e_\mathrm{y}},\overrightarrow{e_\mathrm{z}})$, un mobile ponctuel M se déplace le long de l'axe Δ passant par les points $A(D,0,0)$ et $B(0,D,0)$.

On note $\overrightarrow{u}$ le vecteur unitaire de l'axe Δ. Le mobile part du point A à l'instant $t = 0$ avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0} = v_0\,\overrightarrow{u}$. Ce mobile se déplace avec une accélération $\overrightarrow{a}$ constante, dirigée vers A, de norme a.

1. Justifier que la vitesse $\overrightarrow{v}$ du point M dans le référentiel $\mathcal{R}$ peut s'écrire :

$$\overrightarrow{v} = \left(\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{AM}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}}$$

2. Déterminer $\overrightarrow{AM}$ en fonction de t.
3. Quelle est la condition sur a, v_0 et D pour que le mobile puisse atteindre le point B ?

4 Mouvements rectilignes simultanés

Soit une voiture de largeur L en mouvement le long d'un trottoir rectiligne $x'Ox$. Un piéton décide de traverser la route au moment où la voiture se trouve à une distance D. Le mouvement du piéton est rectiligne uniforme, de vitesse $\overrightarrow{v}$, inclinée d'un angle φ par rapport à l'axe Oy (perpendiculaire à la route). La voiture se déplace à la vitesse constante $\overrightarrow{V} = V\,\overrightarrow{e_\mathrm{x}}$.

1. Déterminer la vitesse v_1 à partir de laquelle le piéton évite la collision avec la voiture, lorsque les autres paramètres sont fixés.
2. Quelle valeur de $\tan\varphi$ permet au piéton de se sauver en ayant une vitesse v la plus faible possible ?
3. Quelle est alors la vitesse minimale v_{min} qu'il doit avoir ?
4. Dans le cas où la vitesse v du piéton est cette fois fixée et supérieure à v_{min}, quelle est la valeur minimale de $\tan\varphi$ permettant d'éviter la voiture ? On utilisera le fait que $\frac{1}{\cos^2\varphi} = 1 + \tan^2\varphi$.

La voiture est cette fois conduite par un chauffard : elle est en mouvement uniformément accéléré, d'accélération a_0, depuis une vitesse nulle à la distance D du piéton.

5. Reprendre la question précédente. On déterminera la nouvelle vitesse minimale v_{min} du piéton.

5 Mouvement cycloïdal

Un cercle de rayon R roule sans glisser sur l'horizontale Ox. Son centre est animé d'une vitesse V_c constante.

1. Donner les expressions en fonction du temps des coordonnées d'un point M du cercle, l'instant initial étant celui où M est au contact de Ox pour la première fois.
2. Déterminer les vecteurs vitesse et accélération de M.
3. Représenter l'allure de la trajectoire pour $0 \leq x \leq 2\,\pi\,R$.