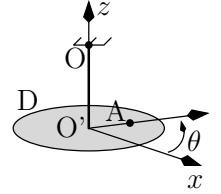


# DM n° 13 de Physique

## Mécanique du solide

### Pendule de torsion

Un disque  $D$  est accroché par son centre  $O'$  à un fil de torsion vertical  $OO'$  de constante de torsion  $C$ . On note  $J_z$  le moment d'inertie du disque par rapport à l'axe vertical  $(Oz)$  confondu avec le fil, orienté vers le haut.  $O$  est un point fixe du référentiel terrestre,  $A$  est un point fixe du disque. La rotation du disque  $D$  est repérée par l'angle  $\theta$ . Le fil de torsion n'est pas tordu lorsque  $\theta = 0$ .



Les frottements de l'air sont tout d'abord négligés.

1. Préciser le moment par rapport à  $(Oz)$  exercé par le fil de torsion sur le disque  $D$ .
2. Montrer que ce couple dérive d'une énergie potentielle quadratique  $E_p$  que l'on exprimera.

On abandonne sans vitesse angulaire initiale le disque dans la position  $\theta = \theta_0$ .

3. A-t-on conservation du moment cinétique de  $D$  par rapport à  $(Oz)$  et de l'énergie cinétique de  $D$ ?
4. L'énergie mécanique se conserve-t-elle? L'exprimer en fonction de  $C$  et de  $\theta_0$  uniquement.
5. Donner l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de l'angle  $\theta$ .  
*Remarque : on peut utiliser facilement au moins deux méthodes. À essayer sur votre brouillon...*
6. En déduire l'expression de  $\theta$  en fonction du temps. On définira la pulsation propre  $\omega_0$  du système.

Les frottements de l'air sont à présent pris en compte. On les modélise par un couple de frottement visqueux qui, en projection sur l'axe de rotation, s'écrit  $\mathcal{M}_z^f = -f \dot{\theta}$ , où  $f > 0$ . On pose pour la suite  $f = 2a J_z$ .

7. Déterminer les dimensions du coefficient  $a$  par analyse dimensionnelle.
8. Donner l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de  $\theta$ .
9. On suppose que les paramètres vérifient  $2a = \omega_0$ . Exprimer (entièrement, avec les bonnes constantes d'intégration) et représenter graphiquement  $\theta(t)$ .