TD n° 24 de Physique
Champ magnétique

On rappelle les formules des champs usuels donnés en cours

pour un fil infini, à la distance r : $B = \dfrac{\mu_0\, I}{2\,\pi\, r}$

pour une spire, vue sous l'angle α, sur son axe : $B = \dfrac{\mu_0\, I}{2\, R} \sin^3 \alpha$

Applications directes du cours

1 Champ magnétique d'un orage

Au cours d'un orage, un éclair peut être assimilé à un fil rectiligne de rayon $a = 10\,\text{cm}$ et parcouru par un courant d'intensité $I = 10^5\,\text{A}$. Jusqu'à quelle distance du point de chute de l'éclair, l'aiguille d'une boussole risque-t-elle d'être perturbée sachant que le champ magnétique terrestre vaut $B_\text{T} = 5 \cdot 10^{-5}\,\text{T}$?
Jusqu'à quelle distance du point de chute de l'éclair, l'aiguille d'une boussole risque-t-elle d'être désaimantée sachant que cela se produit lorsqu'elle est placée dans un champ supérieur à $B_\text{m} = 2 \cdot 10^{-3}\,\text{T}$

2 Force de Laplace

Un fil conducteur horizontal transporte un courant électrique de droite à gauche dans un champ magnétique dirigé horizontalement vers l'avant de la feuille. Dans quel sens est dirigé la force de Laplace ? Combien vaut-elle si la longueur du fil est égale à 20 cm, l'intensité 2 A et le champ 0,05 T ?

3 Définition de l'Ampère

L'Ampère est défini comme étant « l'intensité d'un courant constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 m l'un de l'autre dans le vide, produit entre ces deux conducteurs une force de $2 \cdot 10^{-7}\,\text{N}$ par mètre de longueur ».
Faire un dessin, expliquer l'origine et le sens de cette force et montrer que cette définition impose la valeur de la constante μ_0.

4 Cartes de champ magnétique

Tracer l'allure, dans le plan (xOy) des lignes du champ magnétique créé par les distributions suivantes :
- Deux fils infinis parallèles à l'axe (Oz), distants de d, parcourus par des courants de même intensité I et de même sens.
- Deux fils infinis parallèles à l'axe (Oz), distants de d, parcourus par des courants de même intensité I mais de sens opposés.
- Trois fils infinis parallèles à l'axe (Oz), placés au sommet d'un triangle équilatéral, parcourus par des courants de même sens et intensité.

Exercices

1 Moment magnétique orbital d'un atome

On considère un atome d'hydrogène dans le cadre classique du modèle de Bohr : l'électron de charge $-e$ et de masse m est en orbite circulaire autour du noyau ponctuel fixe. On note T sa période de révolution et r le rayon du mouvement.

1. Déterminer le courant dû au mouvement de l'électron et le moment magnétique $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ du système.
2. Déterminer le moment cinétique $\overrightarrow{\sigma}$ de l'électron par rapport au noyau ? Déterminer la valeur du rapport gyromagnétique γ tel que $\overrightarrow{\mathcal{M}} = \gamma\,\overrightarrow{\sigma}$.
3. En déduire que la quantification du moment cinétique ($\sigma = n\,\hbar$, où $\hbar = \dfrac{h}{2\,\pi}$ et $h = 6{,}62 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J{\cdot}s}$) conduit à définir un moment magnétique élémentaire appelée magnéton de Bohr μ_{B}. En donner son expression et sa valeur numérique. Commenter.

2 Équilibre de tige verticale

Soit une tige OA de longueur L, parcourue par un courant d'intensité I. Elle baigne dans un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B_0}$ qui lui est orthogonal.

1. Déterminer la résultante des forces de Laplace appliquées sur la tige.
2. Calculer le moment en O des forces de Laplace, réparties sur toute la tige.
3. Si l'on avait considéré que la résultante était appliquée au milieu J de OA, aurait-on obtenu le même moment ? Interpréter.

Cette tige est verticale, articulée autour d'une liaison pivot parfaite en O, dont l'axe, horizontal, est identique à celui du champ magnétique.

4. Déterminer l'angle d'inclinaison de la tige à l'équilibre.
5. Cet équilibre existe-t-il quelle que soit l'intensité ?

3 Mesure du moment magnétique d'un aimant

Un aimant droit en forme de parallélépipède homogène est suspendu par son centre de masse G selon un axe vertical Gz par un fil de torsion de constante $C = 4{,}2 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{m{\cdot}N{\cdot}rad^{-1}}$. On appelle J son moment d'inertie par rapport à l'axe de suspension. On ne tient pas compte ici du champ magnétique terrestre.

1. Une fois l'aimant tourné d'un angle θ par rapport à sa position d'équilibre, écrire une loi de la mécanique et établir l'expression de la période T du mouvement en fonction de C et J.
2. L'étude des oscillations (en compter au moins 10) conduit à la période $T = 1{,}8\,\mathrm{s}$. En déduire la valeur et l'incertitude sur J (on néglige l'incertitude sur C).
3. On teste ce résultat sachant que pour l'aimant de masse $m = 39\,\mathrm{g}$, de longueur $L = 10\,\mathrm{cm}$ et de largeur $\ell = 1{,}0\,\mathrm{cm}$, le moment d'inertie est donné par l'expression $J = \frac{1}{12}\,m\,(L^2 + \ell^2)$. Conclure.

Le même aimant est à présent suspendu (toujours par G) à un fil sans torsion et placé dans un champ magnétique quasi-uniforme d'intensité $B = 1{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{T}$ (à 2% près).

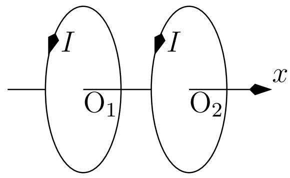
4. Quelle est la position d'équilibre de l'aimant dans le champ ?

L'axe de l'aimant est écarté d'un angle θ de l'axe du champ.

5. Écrire l'équation du mouvement et exprimer la période T' des petites oscillations.
6. L'étude des oscillations (en compter au moins 10) conduit à la période $T' = 1{,}7\,\mathrm{s}$. En déduire la valeur du moment magnétique $\mathcal{M}$ de l'aimant et son incertitude.

4 Bobines de Helmoltz

Soient deux bobines plates identiques circulaires (figure suivante), de N spires chacune et de rayon R. Ces deux bobines sont placées dans deux plans parallèles. Leur axe commun est (O_1O_2x), en notant O_1 le centre d'une bobine et O_2 le centre de l'autre.

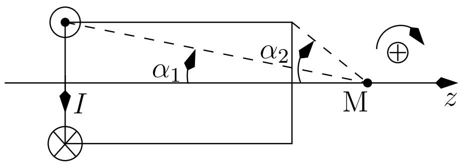


Soit O le point situé au milieu des deux points O_1 et O_2. La distance entre les centres des deux bobines est d. Soit x l'abscisse d'un point M de l'axe (Ox) telle que $OM = x$. Les deux bobines sont parcourues par le même courant I dans le même sens.

1. À partir de l'expression du champ magnétique créé en un point M de son axe par une spire unique de centre O et de rayon R, exprimer en fonction de x le champ créé, sur l'axe du système, par N spires confondues parcourues par un courant I.
2. Montrer que l'expression du champ magnétique créé au point M par les bobines de Helmholtz peut se mettre sous la forme :
$$B(x) = \mathrm{f}\left(\frac{d}{2} + x\right) + \mathrm{f}\left(\frac{d}{2} - x\right)$$
où f est une fonction que l'on précisera.
3. En effectuant un développement limité de $B(x)$ au voisinage de zéro, montrer que pour $d = R$, le champ magnétique peut se mettre sous la forme $B(x) = 2 \cdot \mathrm{f}\left(\frac{d}{2}\right) + \mathrm{o}(x^3)$, où $\mathrm{o}(x^3)$ représente une fonction de x négligeable devant les termes du troisième ordre lors du développement de f.
4. Compte tenu du résultat précédent, indiquer l'intérêt pratique des bobines de Helmholtz.
5. On donne : $R = 2{,}0 \cdot 10^{-1}\,\mathrm{m}$, $I = 10\,\mathrm{A}$, $N = 100$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{USI}$. En utilisant ces données numériques, calculer les valeurs du champ magnétique $B(O_1)$, $B(O_2)$ et $B(O)$ aux points O_1, O_2 et O.
6. Déterminer le taux de variation du champ $\dfrac{\Delta B}{B}$ lorsque l'on passe du point O au point O_1, ou du point O au point O_2.

5 Solénoïde

On considère un solénoïde de longueur finie, constitué de n spires par unité de longueur et parcouru par un courant I. Il est vu depuis un point M de l'axe sous les angles α_1 et α_2.



1. Montrer, à partir de l'expression du champ créé par une spire, que
$$\overrightarrow{B(M)} = \frac{\mu_0\, n\, I}{2}\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2\right)\overrightarrow{u_z}$$
2. Justifier la direction et le sens du champ trouvé.
3. Que peut-on dire si le solénoïde est infiniment long ?
4. On note a le rayon du solénoïde et L sa longueur. Pour quelles valeurs du rapport $\dfrac{L}{2\,a}$ peut-on considérer que le champ au centre d'un solénoïde de longueur finie diffère de moins de 1% de celui du solénoïde infiniment long ?