

TD n° 11 de Physique

Ondes - Ondes stationnaires

Applications directes du cours

1 Violon et violoncelle

Deux cordes identiques sont fixées de façon équivalente (identiquement tendues) sur un violon et sur un violoncelle. Laquelle émet le son le plus grave ? Justifier.

2 Four à micro-ondes

Un four à micro-ondes fonctionne à la fréquence $f = 2,45$ GHz. Quelle est la longueur d'onde de ces ondes électromagnétiques ? La comparer à la taille du four : est-il possible qu'il s'installe un système d'ondes stationnaires ? Cela est-il gênant pour la cuisson des aliments ?

Exercices

1 Instrument à vent ★

On considère un instrument de musique modélisé par une cavité de longueur ℓ , fermée à une extrémité et ouverte à l'autre. La vitesse du son dans l'air est $c = 340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

1. Quelle doit être la valeur de ℓ pour que la plus faible fréquence d'une onde stationnaire dans cet instrument soit $f_1 = 440 \text{ Hz}$?
2. Quelle est la fréquence f_2 immédiatement supérieure pouvant être émise par cet instrument ?
3. Exprimer, en fonction d'un entier n , l'ensemble des fréquences f_n pouvant être émises par l'instrument.
4. Où doit-on placer un trou dans l'instrument afin de supprimer f_2 du spectre du son émis ?

2 Notes de guitare ★★

Une corde de guitare se modélise comme une corde vibrante de longueur $L = 64,2 \text{ cm}$, fixée à ses deux extrémités.

1. Déterminer la célérité c de l'onde sur la corde afin que le fondamental soit un Do_3 .

On donne ci-dessous les différentes fréquences des notes de l'octave numéro 3, composée de 12 demi-tons. L'octave 4 possède les mêmes notes, auxquelles on associe alors le double des fréquences de ce tableau.

Note	Do_3	$\text{Do}_3\#$	Ré_3	$\text{Ré}_3\#$	Mi_3	Fa_3	$\text{Fa}_3\#$	Sol_3	$\text{Sol}_3\#$	La_3	$\text{La}_3\#$	Si_3
$f(\text{Hz})$	262	277	294	311	330	350	370	392	415	440	466	494

2. Quelles sont les notes correspondant aux harmoniques n allant de 2 à 7 ? Dans le cas $n = 3$, on utilise par exemple $3 = \frac{3}{2} 2$ afin d'identifier la note grâce à un changement d'octave et $5 = \frac{5}{4} 4$ pour $n = 5$.
3. L'accord Do, Mi, Sol (quinte majeure) est harmonieux. Lequel des harmoniques trouvés à la question précédente doit-on supprimer ? Où doit-on alors gratter la corde de guitare ?

3 Anharmonicité d'une corde de piano ★ ★ ★

On s'intéresse aux modes propres d'une corde de piano de longueur M , fixée en ses deux extrémités. La relation entre le vecteur d'onde et la pulsation d'une onde se propageant le long de cette corde est :

$$\omega = c k \sqrt{1 + \alpha k^2}$$

où c et α dépendent de la section de la corde et de sa tension mais pas de sa longueur. Le coefficient α est dû à la raideur de la corde (il serait nul pour une corde parfaitement souple comme la corde de Melde).

1. Quelles sont les unités de c et α ?
2. Quelles sont les valeurs possibles de k pour une onde stationnaire existant sur cette corde ?
3. Exprimer les fréquences correspondantes en fonction de c , α , L et d'un entier n .
4. Les cordes d'un piano de concert sont plus longues que les cordes d'un piano de salon. Pourquoi cela améliore-t-il la qualité musicale du son ?

4 Ondes stationnaires sur une corde excitée ★ ★ ★

Une corde de longueur finie, située entre $x = 0$ et $x = L$, est entraînée en oscillation par un vibreur situé à l'extrémité gauche ($x = 0$), tandis qu'elle est attachée à l'extrémité droite ($x = L$). Une onde s'y propage dans le sens des x croissants. Elle est notée $y_1(x, t) = A_1 \sin(\omega(t - x/c) + \varphi_1)$.

1. Comment s'exprime a priori (sans prendre en compte les conditions limites) l'onde se propageant en sens inverse $y_2(x, t)$?
2. En utilisant la condition à $x = L$, déterminer plus précisément l'expression de cette onde réfléchie.
3. En déduire que l'onde résultante $y(x, t)$ peut s'écrire comme un produit d'une fonction du temps et d'une fonction de l'espace. On rappelle que

$$\sin p - \sin q = 2 \sin\left(\frac{p - q}{2}\right) \cos\left(\frac{p + q}{2}\right)$$

4. Préciser la position des nœuds et commenter.
5. Le mouvement de l'extrémité gauche de la corde, dû au vibreur, est en fait $y(0, t) = a \cos \omega t$. En déduire l'amplitude $A(x)$ de l'onde résultante (on ne s'étonnera pas de trouver un terme pouvant devenir infini).
6. Où se trouvent les ventres ? Commenter leur amplitude : pourquoi cela est-il finalement possible ?