

Programme de colles 5

La colle se déroulera en deux temps.

1. Le cours :

- Il vous sera demandé d'énoncer une définition ou proposition du cours (pas nécessairement dans la liste des propositions exigibles).
- Vous devrez ensuite démontrer une des propositions dont la liste figure dans ce programme (avant de la démontrer vous devrez l'énoncer).

2. Exercice(s) :

Le ou la colleuse vous donnera un ou plusieurs exercices à faire portant sur le programme de colles.

Dans un premier temps la connaissance du cours suffira pour obtenir une note supérieure (ou égale) à la moyenne. Connaître son cours implique bien évidemment de réussir les questions de cours mais pas seulement. Le colleur est à même de juger que le cours n'est pas suffisamment connu pendant le ou les exercices.

La colle portera sur les chapitres **Fonctions circulaires** et **Complexes**.

Fonctions circulaires

1. Sinus et cosinus

- Enroulement de la droite réelle sur le cercle trigonométrique.
- Formules de trigonométries.

2. Fonctions sinus, cosinus, tangente.

Etude des fonctions sinus, cosinus et tangente.

3. Fonctions réciproques. Définitions et propriétés des fonctions arcsinus, arccosinus et arctangente.

Démonstrations-exercices exigibles

- Proposition 20 (dérivée de arcsinus sur $] - 1, 1[$).
- Proposition 21 somme de arccosinus et de arcsinus.

Savoir-faire de base

- Connaître et savoir utiliser les formules sur le cosinus, le sinus et la tangente des angles $\pm x$, $\pi \pm x$, $\frac{\pi}{2} \pm x$.
- Connaître et savoir utiliser les formules d'addition et de duplication du sinus, cosinus et de la tangente.
- Connaître le cosinus, le sinus et la tangente des angles usuels.
- Connaître les caractéristiques des fonctions circulaires réciproques.
- Savoir calculer les expressions du type $\arccos(\cos(x))$.

Complexes

1. Forme algébrique d'un nombre complexe.
 - L'ensemble \mathbb{C} muni des lois $+$ et \times
 - Le module.
2. Forme exponentielle
 - Nombres complexes de module 1
 - Arguments d'un nombre complexe non nul
3. Equations algébriques
 - Racines carrées d'un complexe.
 - Equations polynômiales complexes de degré 2.
 - Racines nième d'un nombre complexe
 - Racines de l'unité et racines nième d'un nombre complexe.
4. Racines n -ièmes.
 - Racine n -ième de l'unité.
 - Racines n -ième d'un complexe.
5. Exponentielle complexe.
6. Fonctions à valeurs complexes.
Dérivation d'une fonction à valeurs complexes (définition naïve). Dérivée d'une composée avec la fonction exponentielle.
7. Nombres complexes et géométrie plane.
Alignement et orthogonalité.

Démonstrations-exercices exigibles

1. Proposition 8 inégalité triangulaire et inégalité triangulaire renversée.
2. Proposition 15 propriétés de la notation $e^{i\theta}$.
3. Exemple 5 Méthode de l'angle moitié.
4. Exemple 6 Linéarisation des puissances de sin et cos. Une autre puissance que 3 peut vous être demandée.
5. Exemple 7 Expression de $\cos(n\theta)$ et $\sin(n\theta)$ à l'aide de puissances de $\sin \theta$ et $\cos \theta$. L'exercice pourra être posé pour une autre valeur que 4.
6. Proposition 25 Expression des racines n -ième de l'unité.

Savoir-faire de base

- Calculer la forme algébrique et la forme exponentielle d'un complexe.
- Reconnaître la forme la plus adaptée dans un calcul.
- Utiliser les propriétés du conjugué et du module.
- Utiliser la méthode de l'angle moitié.
- Linéariser les puissances de cosinus et le sinus.
- Exprimer $\cos n\theta$ et $\sin n\theta$ en fonction de puissances de sinus et de cosinus.
- Trouver les racines carrées d'un complexe.
- Trouver les solutions d'une équation polynômiale de degré 2 à coefficients complexes.
- Connaître la forme et les propriétés des racines n -ième de l'unité
- Savoir calculer les racines n -ième d'un complexe.
- Résoudre des équations complexes mettant en jeu l'exponentielle complexe.