exo 1) par définition $\sin(5\theta) = \mathrm{Im}(e^{i5\theta})$

or d'après la formule de moivre

$$e^{i5\theta} = (e^{i\theta})^5$$
$$= (\cos\theta + i\sin\theta)^5$$

D'après le binôme de Newton

$e^{i5\theta} = \cos^5\theta + 5i\sin\theta\cos^4\theta - 10\sin^2\theta\cos^3\theta$
$- 10i\sin^3\theta\cos^2\theta + 5\sin^4\theta\cos\theta + i\sin^5\theta$

ainsi $\sin(5\theta) = 5\sin\theta\cos^4\theta - 10\sin^3\theta\cos^2\theta + \sin^5\theta$

or pour tout $\theta \in \mathbb{R}$

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

donc $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

theta au lieu de x.

d'où $\sin(5\theta) = 5\sin\theta(1-\sin^2\theta)^2 - 10\sin^3\theta(1-\sin^2\theta)$
$+ \sin^5\theta$

$\sin(5\theta) = 5\sin\theta - 10\sin^3\theta + 5\sin^5\theta - 10\sin^3\theta + 10\sin^5\theta$
$+ \sin^5\theta$

$\sin(5\theta) = 5\sin\theta + 16\sin^5\theta - 20\sin^3\theta$