Ce n'est pas nécessaire. La proposition utilisée est une équivalence. Il n'y a donc pas besoin de vérifier que ces couples sont solutions. Ils le sont nécessairement !

Exercice 12 : d)

Un couple de complexe (x, y) est solution du système suivant :

$$\begin{cases} x + y = a \\ x y = a^2 \end{cases}$$

si et seulement si, x et y sont solutions complexes de l'équation du 2^{nd} degré suivante :

$$z^2 - az + a^2 = 0. \qquad (E_4)$$

Soit Δ_4 le discriminant de E_4. On a :

$\Delta_4 = (-a)^2 - 4a^2 = -3a^2 = (i\sqrt{3}a)^2$

Les solutions de l'équation sont donc :

$$\frac{a - i\sqrt{3}a}{2} = ae^{-\frac{i\pi}{3}}$$

$$\frac{a + i\sqrt{3}a}{2} = ae^{\frac{i\pi}{3}}$$

On vérifie que $\left(ae^{-\frac{i\pi}{3}}, ae^{\frac{i\pi}{3}}\right)$ et $\left(ae^{\frac{i\pi}{3}}, ae^{-\frac{i\pi}{3}}\right)$ sont solutions du système.

Rmq : si $a = 0$, seul le couple $(0,0)$ est solution.

Même chose ici !

Exercice 12. c).

Un couple $(x, y) \in \mathbb{C}^2$ est solution du système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 3i \\ x\,y = -1 - 3i \end{cases}$$

si, et seulement si, x et y sont solutions de l'équation du 2^{nd} degré suivante :

$$z^2 - 3iz - 1 - 3i = 0. \qquad (E_3)$$

Soit Δ_3 le discriminant de (E_3). On a :

$$\Delta_3 = -9 + 4 + 12i = -5 + 12i = (2+3i)^2.$$

Les solutions de (E_3) sont :

$$\frac{3i - (2+3i)}{2} = -1.$$

$$\frac{3i + (2+3i)}{2} = 1 + 3i$$

On vérifie que $(-1\,;\, 1+3i)$ et $(1+3i\,,\, -1)$ sont solutions du système.